

URČENÍ GEOMETRICKÝCH A FYZIKÁLNÍCH PARAMETRŮ ČOČKY

ZADÁNÍ ÚLOHY

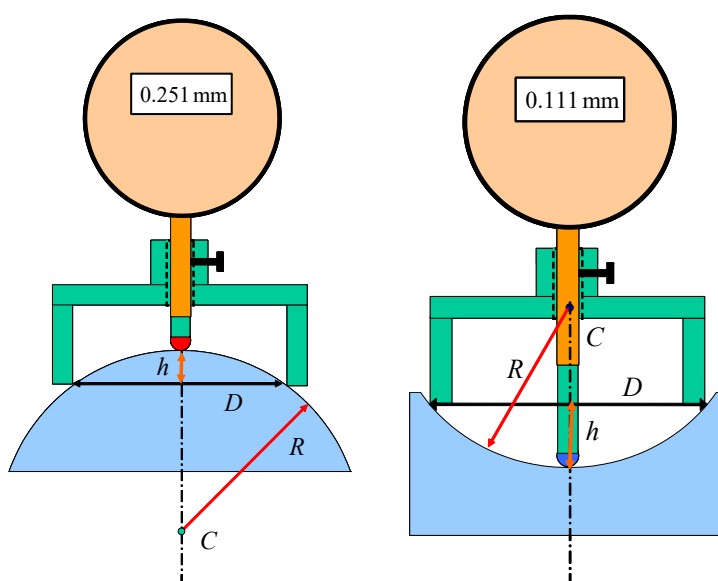
1. Určete geometrické parametry tlusté čočky z měření pomocí sférometru (poloměry ploch čočky) a posuvného měřítka (osová tloušťka čočky).
2. Vypočítejte obrazovou ohniskovou vzdálenost čočky z hodnot určených v bodě 1, jestliže předpokládáte nominální hodnotu indexu lomu čočky n_{nom} .
3. Vypočítejte polohu hlavních bodů čočky a polohy ohnisek čočky ze základních rovnic geometrické optiky.
4. Změřte ohniskovou vzdálenost spojně čočky různými metodami.
5. Vypočítejte index lomu skla čočky z ohniskové vzdálenosti určené v bodě 3 a s geometrickými parametry z bodu 1.

1. MĚŘENÍ POLOMĚRŮ SFÉRICKÝCH PLOCH ČOČKY

Prostudujte si návod ke sférometru a poté proveďte měření poloměrů sférických ploch čočky. Použijte všechny průměry sond sférometru, které jsou pro měření daných ploch vhodné. Poloměr sférické plochy je dán vztahem:

$$R = \frac{(D/2)^2 + h^2}{2h}, \quad (1)$$

kde h – je výška kulového vrchlíku (odečteme z číslicového úchylkoměru) a D je průměr sondy sférometru.



Obr. 1 – Princip měření pomocí sférometru

Pozor na hodnotu D – u jednotlivých sond jsou uvedeny vždy dvě hodnoty a to vnitřní a vnější průměr prstence sondy. Při měření sférické plochy vypuklé (konvexní) se uplatní vnitřní průměr a naopak při měření sférické plochy vyduté (konkávni) se uplatní vnější průměr sondy.

Každou plochu měřte 5krát, naměřené hodnoty zpracujte statisticky – odhadněte skutečnou hodnotu poloměru a její nejistotu pro 95% interval spolehlivosti.

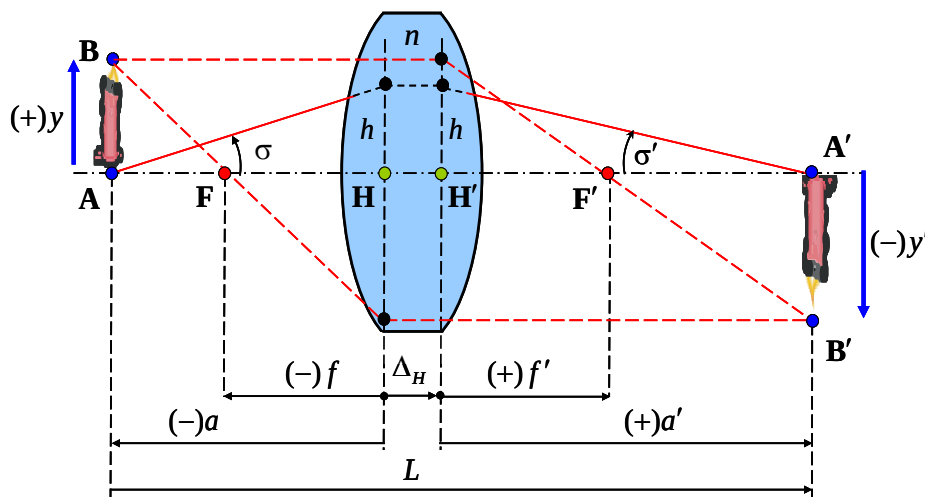
2. MĚŘENÍ TLOUŠŤKY ČOČKY POMOCÍ DIGITÁLNÍHO POSUVNÉHO MĚŘÍTKA

Změřte tloušťku čočky pomocí digitálního posuvného měřítka. Proved'te 5 měření a vypočtete průměrnou hodnotu společně s odhadem nejistoty pro 95% interval spolehlivosti.

3. MĚŘENÍ OHNISKOVÉ VZDÁLENOSTI SPOJNÉ ČOČKY

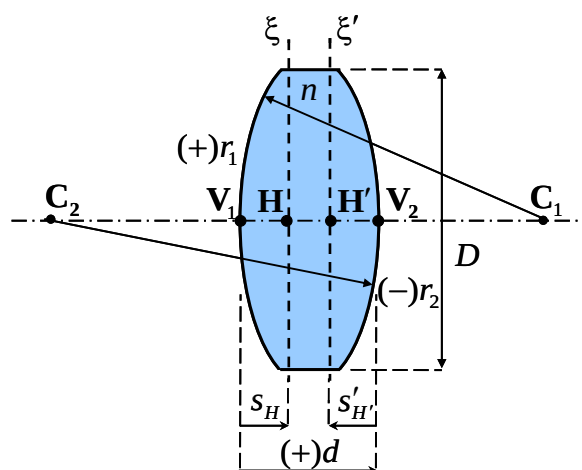
Znaménková konvence

V geometrické optice je třeba dodržovat zavedenou znaménkovou konvenci, která se může v různých literaturách mírně lišit. V dalším budeme předpokládat následující znaménkovou konvenci, viz obr. 2 a 3.



Obr. 2 – Znaménková konvence při geometricko-optickém zobrazování čočkou

Zobrazené veličiny na obr. 2 se měří ve směru šipek. Směr zleva doprava je kladný, tzn. a je v našem případě záporné, a' je kladné. Na obr. 3 je zobrazena tlustá čočka a je patrná znaménková konvence poloměrů křivosti této čočky. Ta plocha, která má svůj střed křivosti napravo, má kladnou hodnotu poloměru křivosti (na obr. 3 poloměr r_1) a naopak.



Obr. 3 – Tlustá čočka

Geometricko-optické parametry tlusté čočky

Označíme-li t jako osovou tloušťku čočky, n_1 , n_2 , n_3 postupně indexy lomu prostředí před čočkou, materiálu čočky a prostředí za čočkou, r_1 poloměr křivosti první plochy a r_2 poloměr křivosti druhé plochy čočky, potom platí

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 \frac{t}{n_2}, \quad \varphi_1 = \frac{n_2}{f'_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{n_3}{f'_2} = \frac{n_3 - n_2}{r_2}, \quad (2)$$

$$s_F = -f' \frac{n_1}{n_3} \left(1 + \frac{n_2 - n_3}{n_2 r_2} t \right) = -f' \frac{n_1}{n_3} \left(1 - \varphi_2 \frac{t}{n_2} \right), \quad s_H = s_F - f = -f' \frac{n_1}{n_3} \frac{n_2 - n_3}{n_2 r_2} t = f' \varphi_2 \frac{n_1}{n_3} \frac{t}{n_2}, \quad (3)$$

$$s'_{F'} = f' \left(1 - \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1} t \right) = f' \left(1 - \varphi_1 \frac{t}{n_2} \right), \quad s'_{H'} = s'_{F'} - f' = -f' \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1} t = -f' \varphi_1 \frac{t}{n_2}, \quad (4)$$

$$\Delta_H = t + s'_{H'} - s_H = \left[1 - \frac{f'}{n_2} \left(\frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_1}{n_3} \frac{n_3 - n_2}{r_2} \right) \right] t, \quad (5)$$

$$s_U = s_F + f' = -f' \frac{n_1}{n_3} \left(1 + \frac{n_2 - n_3}{n_2 r_2} t \right) + f' = -f' \frac{n_1}{n_3} \left(1 - \varphi_2 \frac{t}{n_2} \right) + f', \quad (6)$$

$$s'_{U'} = s'_{F'} + f = f' \left(1 - \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1} t \right) - f' \frac{n_1}{n_3} = f' \left(1 - \varphi_1 \frac{t}{n_2} \right) - f' \frac{n_1}{n_3}, \quad (7)$$

kde φ značí optickou mohutnost čočky, φ_1 a φ_2 lámavosti přední a zadní plochy čočky, s_F sečnou osovou vzdálenost předmětového ohniska od přední plochy čočky, s_H sečnou osovou vzdálenost předmětového hlavního bodu od přední plochy čočky, $s'_{F'}$ a $s'_{H'}$ osové sečné vzdálenosti obrazového ohniska a obrazového hlavního bodu od zadní plochy čočky, Δ_H vzdálenost mezi hlavními body, s_U osovou sečnou vzdálenost předmětového uzlového bodu od přední plochy čočky a $s'_{U'}$ osovou sečnou vzdálenost obrazového uzlového bodu od zadní plochy čočky.

Pro případ čočky ve vzduchu ($n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = n$) poté dostáváme

$$\varphi = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = \varphi_1 + \varphi_2 - \frac{t}{n} \varphi_1 \varphi_2 = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n r_1 r_2} t, \quad (8)$$

$$s'_{F'} = f' \left(1 - \frac{n-1}{n r_1} t \right), \quad s_F = -f' \left(1 + \frac{n-1}{n r_2} t \right), \quad s'_{H'} = -f' \frac{n-1}{n r_1} t, \quad s_H = -f' \frac{n-1}{n r_2} t, \quad (9)$$

$$\Delta_H = \left[1 - \frac{f'}{n} (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right] t, \quad (10)$$

$$s'_{H'} = s'_{U'}, \quad s_H = s_U. \quad (11)$$

Určení ohniskové vzdálenosti pomocí sečných vzdáleností

Změříme-li předmětovou vzdálenost a zobrazovaného předmětu a obrazovou vzdálenost a' ostrého obrazu, můžeme vypočítat předmětovou ohniskovou vzdálenost přímo ze zobrazovací rovnice pro optickou soustavu ve vzduchu

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}, \quad (12)$$

a tedy

$$f' = \frac{aa'}{a - a'} . \quad (13)$$

Měření vzdáleností a a a' je v případě tlusté čočky značně nepřesné či prakticky nerealizovatelné (a a a' se měří od hlavních rovin čočky). Proto lze tuto metodu použít pouze pro *relativně tenké čočky*, a hodnoty a a a' měřit od středu čočky.

Stanovení ohniskové vzdálenosti spojné čočky z příčného zvětšení

Příčné zvětšení čočky je definováno jako poměr velikosti obrazu y' ku velikosti předmětu y , jenž je danou čočkou zobrazován, a jeho matematické vyjádření udávají vztahy

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a} = -\frac{a' - f'}{f'} = -\frac{f}{a - f} . \quad (14)$$

Jednoduchou úpravou z nich získáme vzorce vyjadřující ohniskovou vzdálenost čočky pomocí příčného zvětšení

$$f' = \frac{a'}{1 - m} , \quad \text{resp.} \quad f' = \frac{ma}{1 - m} . \quad (15)$$

Tato metoda je dostatečně přesná pouze pro velmi tenkou čočku vzhledem k přesnosti určení a a a' (viz předchozí metoda).

Pokud tloušťka čočky není zanedbatelná vzhledem k ohniskové vzdálenosti, je třeba k měření použít jiných metod, např. Besselovy či Abbéovy metody.

Besselova metoda

Tato metoda je založena na poznatku, že pro jistou pevnou vzdálenost l předmětu a stínítka, na němž se vytváří obraz, existují dvě polohy čočky **I** a **II**, při nichž vzniká ostrý skutečný obraz. Takový případ může nastat jen v tom případě, kdy vzdálenost předmětu od stínítka $l = a' - a$ splňuje triviální podmínku $l > |4f'|$. Je-li právě $l = |4f'|$, vzniká jen jeden stejně velký skutečný převrácený obraz. Při menších vzdálenostech l , než je čtyřnásobek ohniskové vzdálenosti dané čočky, skutečný obraz na stínítku vůbec nevzniká. To lze snadno dokázat následujícím způsobem.

Na obr. 4 je zobrazena situace zobrazení čočkou (optickou soustavou). Předpokládejme, že vzdálenost l mezi předmětem a jeho obrazem je dána. Zabývejme se nyní případem určení hodnoty a , do které musíme umístit čočku (optickou soustavu), aby se předmět zobrazil ostře. Dle obr. 4 zřejmě platí

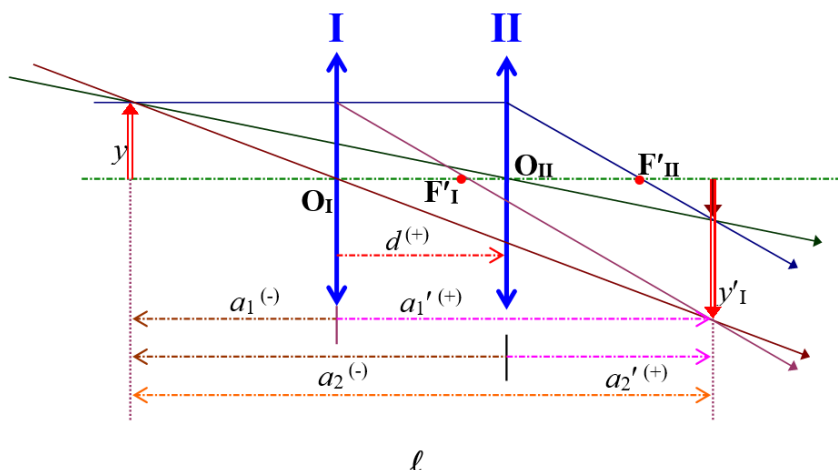
$$l = a' - a , \quad a' = l + a . \quad (16)$$

Dosazením do zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'} \quad (17)$$

po snadné úpravě dostáváme

$$\frac{1}{f'} = \frac{a - a'}{aa'} = \frac{-l}{a^2 + al} . \quad (18)$$



Obr. 4 – Besselova metoda

Pro hodnotu a musí být tedy splněna následující kvadratická rovnice

$$a^2 + al + lf' = 0. \quad (19)$$

Pokud je determinant $D = l^2 - 4lf'$ této rovnice záporný, tedy $l < |4f'|$, nemá rovnice reálné řešení a ostrý obraz na stínítku vůbec nevznikne. V případě, že $l = |4f'|$ (determinant roven 0), má rovnice jedno řešení

$$a = -\frac{l}{2} = 2f'. \quad (20)$$

Za podmínky $l > |4f'|$ bude mít rovnice (19) dva reálné kořeny, a tedy existují dvě vzdálenosti a , pro které na stínítku vznikne skutečný obraz. Pro tyto vzdálenosti platí

$$a_1 = -\frac{l}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{l^2 - 4lf'}, \quad a_2 = -\frac{l}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{l^2 - 4lf'}. \quad (21)$$

Pro vzdálenost d mezi dvěma polohami optické soustavy (čočky) dále platí (viz obr. 4 a dosazení z rovnice (21))

$$d = a_1 - a_2 = \sqrt{l^2 - 4lf'}. \quad (22)$$

Umocněním této rovnice a úpravou poté dostáváme vztah pro určení ohniskové vzdálenosti optické soustavy (čočky)

$$f' = \frac{l^2 - d^2}{4l}. \quad (23)$$

Na obr. 4 je v poloze I čočka blíže předmětu a obraz je zvětšený, v poloze II je čočka blíže obrazu, a ten je naopak zmenšený. Je patrné, že obě polohy čočky budou položeny symetricky vzhledem ke středu vzdálenosti mezi předmětem a stínítkem l a předmětová vzdálenost v první poloze čočky bude rovná záporně vzaté obrazové vzdálenosti v druhé poloze čočky a naopak. To vyplývá z tzv. **záměnnosti chodu paprsků**, podle níž lze na optické ose spojné čočky navzájem vyměnit polohy předmětu a obrazu a s tím i symetricky polohu čočky samé.

Vidíme, že k určení ohniskové vzdálenosti nám u této metody stačí při pevné vzdálenosti l mezi předmětem a obrazem změřit pouze jeden délkový údaj – vzdálenost d dvou poloh čočky. Tuto metodu lze tedy používat i pro tlusté čočky.

Abbeova metoda

Tato metoda je také založena na měření příčného zvětšení. Na rozdíl od výše uvedené metody však nevyžaduje měření předmětové resp. obrazové vzdálenosti a a a' , jež je u silnějších čoček vždy jen přibližné (neznáme polohu hlavních rovin – měříme přibližně od středu čočky).

Pro danou polohu předmětu P_1 a stínítka S_1 existuje při splnění podmínky $l > |4f'|$ jistá poloha čočky, při níž vznikne na stínítku ostrý zvětšený a převrácený obraz předmětu (viz obr. 5). Měřením velikosti předmětu y_1 a jeho obrazu y'_1 , můžeme určit příčné zvětšení

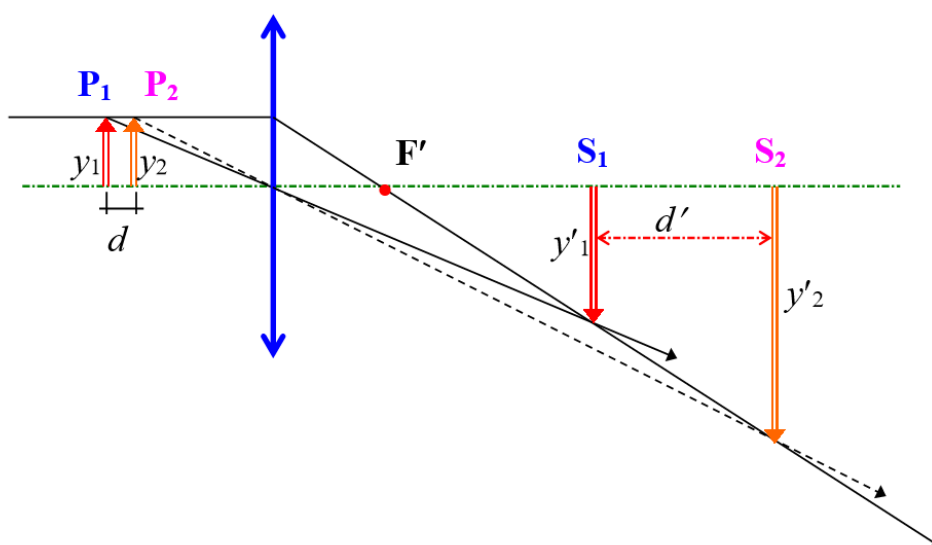
$$m_1 = \frac{y'_1}{y_1}. \quad (24)$$

Nyní posuneme předmět do polohy P_2 , tj. posuneme ho o jistou přesně změřenou vzdálenost $d = a_2 - a_1$. Čočku ale přitom necháme v nezměněné poloze a najdeme takovou polohu stínítka S_2 , při níž opět vzniká ostrý zvětšený obraz výšky y'_2 (vzdálenost $d' = a'_2 - a'_1$). Pro toto druhé zvětšení platí

$$m_2 = \frac{y'_2}{y_2}. \quad (25)$$

Podle předcházející metody musí pro obě zobrazení platit

$$f' = \frac{a'_1}{1 - m_1} \text{ a } f' = \frac{a'_2}{1 - m_2}, \text{ resp. } f' = \frac{m_1 a_1}{1 - m_1} \text{ a } f' = \frac{m_2 a_2}{1 - m_2}. \quad (26)$$



Obr. 5 – Princip Abbého metody měření ohniskové vzdálenosti

Odtud dostáváme

$$d' = a'_2 - a'_1 = f'(1 - m_2) - f'(1 - m_1) = f'(m_1 - m_2), \quad (27)$$

$$d = a_2 - a_1 = f'\left(\frac{1}{m_2} - 1\right) - f'\left(\frac{1}{m_1} - 1\right) = f'\left(\frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_1}\right), \quad (28)$$

z čehož vyplývá pro ohniskovou vzdálenost

$$f' = \frac{d'}{m_1 - m_2}, \text{ resp. } f' = \frac{d}{\frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_1}}. \quad (29)$$

Protože vzdálenost d resp. d' můžeme změřit dostatečně přesně, na rozdíl od měření předmětové nebo obrazové vzdálenosti, lze tuto metodu používat i pro tlusté čočky resp. pro libovolnou optickou soustavu.

4. VÝPOČET INDEXU LOMU SKLA ČOČKY

Na základě znalosti geometrických parametrů čočky a její ohniskové vzdálenosti vypočtete index lomu materiálu čočky. Pro výpočet vyjděte ze vztahu pro tlustou čočku

$$\varphi = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n r_1 r_2} t, \quad (30)$$

kde φ je výsledná lámavost tlusté čočky, f' je obrazová ohnisková vzdálenost čočky, r_1, r_2 jsou poloměry křivosti jednotlivých ploch čočky, t je centrální tloušťka čočky (na optické ose) a n je index lomu materiálu čočky. Určete také nejistotu vypočteného indexu lomu skla čočky pro 95% interval spolehlivosti.

5. MĚŘENÍ ZVĚTŠENÍ POMOCÍ MĚŘÍČÍHO OKULÁRU

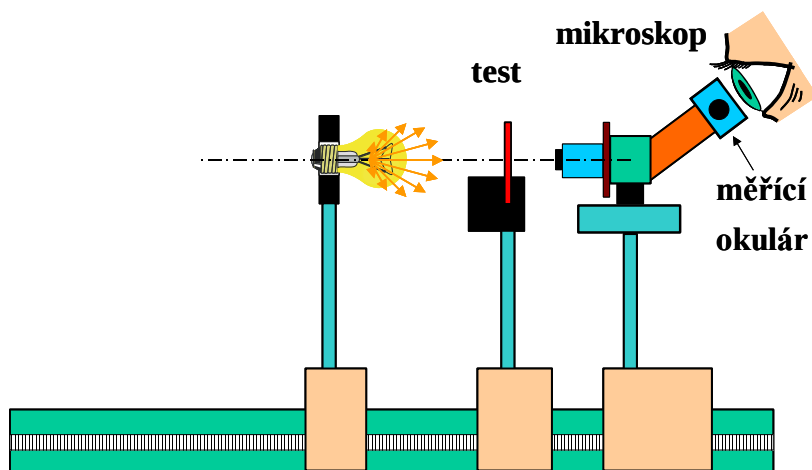
Při měření pomocí měřícího okuláru je nejprve třeba zkalibrovat si stupnici měřícího okuláru.

Umístěte zobrazovaný čárový test do předmětové roviny objektivu pozorovacího mikroskopu (v této vzdálenosti bude obraz testu ostrý – obr. 6). Pomocí mikrometrického šroubu měřícího okuláru proveďte měření mikrometrické hodnoty. Nastavte rysku měřícího okuláru rovnoběžně s čárovým rastrem. Zjistěte, kolik dílků na mikrometrickém šroubu měřícího okuláru odpovídá určitému počtu páru čára-mezera na testu. Tuto hodnotu si zapište. Měření provádějte metodou postupných měření 10 párů čára-mezera.

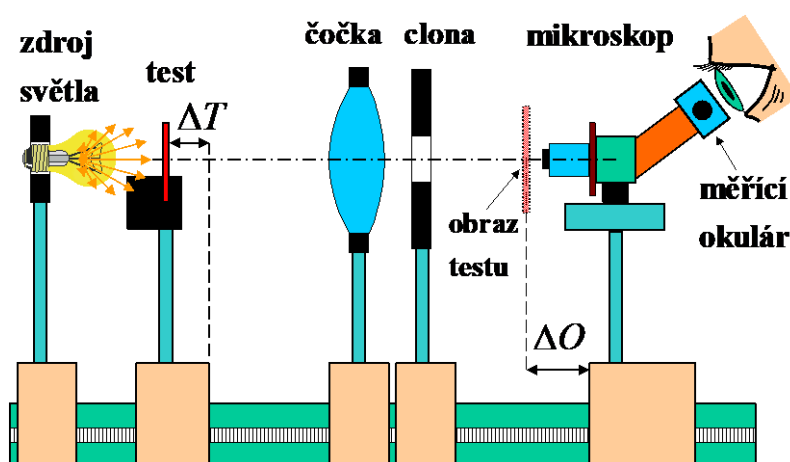
Po kalibraci stupnice měřícího okuláru můžete přistoupit k měření zvětšení obrazu.

Umístěte test na optickou lavici s měřenou čočkou (obr. 7) a posunováním pozorovacího mikroskopu najděte obraz testu (zobrazený měřenou čočkou). Dále postupujte stejně jako při kalibraci. Změřenou hodnotu odpovídající šířce čára-mezera obrazu testu vydělte mikrometrickou hodnotou získanou při kalibraci a získáte zvětšení obrazu. Poznamenejme, že **obraz je převrácený** (spojná čočka), proto má zvětšení **záporné znaménko**.

Pro správné odměřování vzdáleností na optické lavici je nutno znát následující vzdálenosti
 $\Delta T = 8,3 \text{ mm}$, $\Delta O = 28,6 \text{ mm}$ pro objektiv 4x a $\Delta O = 29,3 \text{ mm}$ pro objektiv 10x.



Obr. 6 – Kalibrace měřicího okuláru



Obr. 7 – Sestava při měření ohniskové vzdálenosti čočky

UPOZORNĚNÍ

PŘI MĚŘENÍ NEMANIPULUJTE S VÝŠKOVÝM NASTAVENÍM JEDNOTLIVÝCH JEZDCŮ.

PŘI MĚŘENÍ SE SFÉROMETREM NEVYNDAVEJTE ČOČKY Z DRŽÁKŮ.

POŽADOVANÉ KROKY POSTUPU A VÝSTUPY

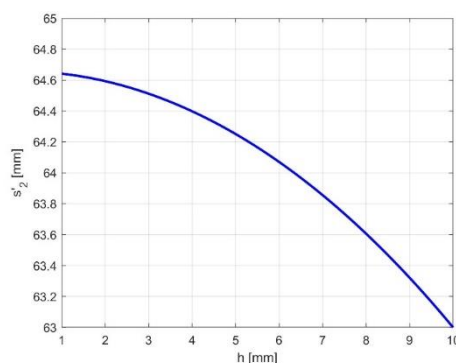
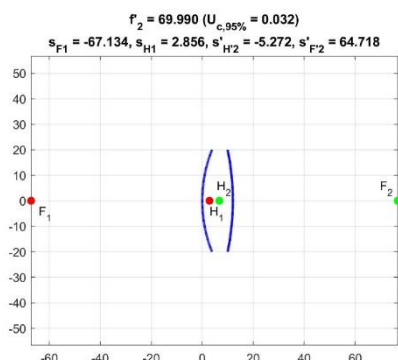
Všechny výpočty provádějte v prostředí MATLAB. Výsledné nejistoty uvádějte pro 95% interval spolehlivosti.

1. Proveďte měření poloměrů křivosti sférických ploch čočky pomocí sférometru. Měřte pomocí všech vhodných sond, každou plochu změřte 5krát. Vhodným způsobem odhadněte skutečnou hodnotu poloměrů ploch čočky a jejich nejistotu pro 95% interval spolehlivosti (vážený průměr z měření jednotlivými sondami a jeho nejistota)
2. Změřte osovou tloušťku čočky t a vhodným způsobem odhadněte skutečnou hodnotu a její nejistotu (95% interval spolehlivosti).
3. Z geometrických parametrů vypočtených v bodech 1 a 2 vypočítejte obrazovou ohniskovou vzdálenost tlusté čočky společně s odhadem její nejistoty pro 95% interval spolehlivosti, jestliže předpokládáte nominální hodnotu indexu lomu $n_{\text{nom}} = 1,51564$.

4. Vypočtete geometricko-optické parametry čočky: s_H – osová sečná vzdálenost předmětového hlavního bodu od první plochy čočky, s_F – osová sečná vzdálenost předmětového ohniska od první plochy čočky, s'_H – osová sečná vzdálenost obrazového hlavního bodu od druhé plochy čočky, s'_F – osová sečná vzdálenost obrazového ohniska od druhé plochy čočky. Pro tyto geometricko-optické parametry nemusíte určovat nejistoty.
5. Proved'te kalibraci měřicího okuláru (viz první část kapitoly 5) pro objektiv 4x.
6. Na optické lavici umístíte sestavu dle obr. 7 a zcentrujete ji. Vzdálenost mezi předmětem a obrazem zvolte od 24 do 30 cm.
7. Proved'te měření pomocí Besselovy metody. Vypočtete ohniskovou vzdálenost a její nejistotu pro 95% interval spolehlivosti. Při tomto měření zároveň odměřte velikosti sečných vzdáleností (předmětová a obrazová) a vypočtete zvětšení pro další zpracování (viz bod 8).
8. Použitím sečných vzdáleností a zvětšení naměřeného při Besselově metodě vypočítejte ohniskovou vzdálenost čočky pomocí jednoduché metody zvětšení, rovnice (15), a pomocí metody sečných vzdáleností (tj. ze zobrazovací rovnice, rovnice (13)). Z výsledků vypočtete aritmetický průměr a odhadněte jeho nejistotu (pouze numerické zhodnocení) pro 95% interval spolehlivosti.
9. Ze vztahu pro lámavost tlusté čočky proved'te výpočet indexu lomu materiálu čočky s použitím měřených geometrických parametrů čočky (poloměry křivosti a osová tloušťka), uvažujte ohniskovou vzdálenost získanou Besselovou metodou – přesná i pro tlustou čočku. Odhadněte nejistotu pro 95% interval spolehlivosti.

Volitelné:

10. Zobraďte schématický obrázek měřené čočky s polohami hlavních bodů a ohnisek.
11. Zobraďte graf závislosti polohy obrazu na dopadové výšce h , jestliže předpokládáte dopadající rovnoběžný svazek paprsků (předmět v nekonečnu).



POMŮCKY

optická lavice s jezdcí, pozorovací mikroskop, měřicí okulár, test, vzorky čoček, digitální posuvné měřítko, osvětlovač