VYHODNOCENÍ INTERFEROGRAMŮ METODOU FÁZOVÉHO POSUVU

ZADÁNÍ ÚLOHY

1. Vyhodnoťte a analyzujte interferogramy pro měření sférických a rovinných ploch metodami fázového posuvu.

1. DVOUSVAZKOVÁ INTERFEROMETRIE

Interferometrie [1-5] je optická bezkontaktní metoda, pomocí které lze s využitím interference světla určovat relativní vzdálenosti s přesností v řádu až zlomků vlnových délek použitého záření. Vlnová pole využívaná v optice jsou popsána teorií elektromagnetického pole. Tato pole jsou charakterizována (definována) základním souborem parametrů: amplituda, fáze, frekvence a polarizační stav. Tyto parametry nesou informace o vlastnostech a chování pole. Interakcí záření (transmise, odraz) s materiálovým rozhraním nebo spojitými variacemi materiálu dochází ke změně zmíněných parametrů. Jsme-li schopni tyto změny určitým způsobem zaznamenat nebo vyhodnotit, můžeme vhodnou metodou kvantitativně hodnotit např. topografii plochy, změnu indexu lomu prostředí a další. Například fáze dvou interferujících polí odražených od dvou různých ploch nese informaci o jejich geometrických rozdílech.

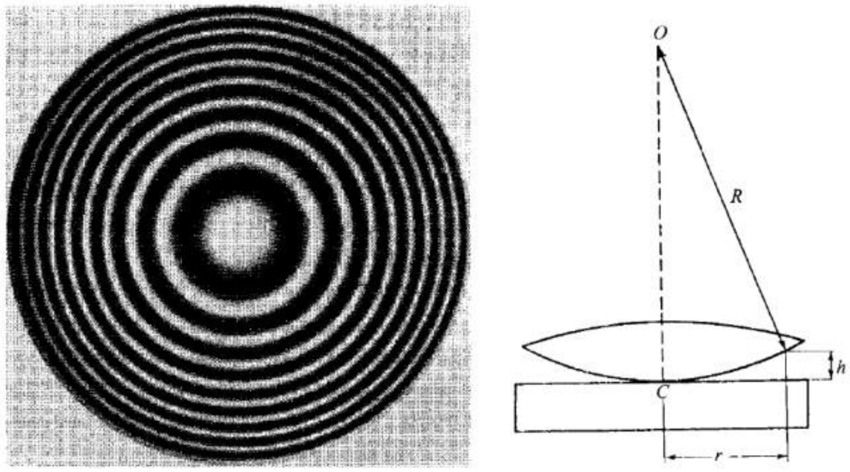
V optické praxi zatím nejsme schopni přímo měřit fázi nebo frekvenci (čili i její změnu). Neexistují totiž tak citlivé detektory, jejichž odezva by byla srovnatelná s periodou použitého optického záření. Využíváme tak nepřímých metod, kde měříme zpravidla pouze intenzitu záření (tj. časovou střední hodnotu energie). Následně inverzními postupy zpětně určujeme ze zaznamenaných hodnot intenzity hodnoty fáze nebo frekvence vlnových polí.

Interferometrická měření se vyznačují svou vysokou přesností v řádu zlomků vlnových délek. Na druhou stranu je ale třeba poznamenat, že vysoká přesnost je vyvážena vysokými nároky na praktickou realizaci. První z omezujících podmínek v minulosti bývala koherence použitého záření. Aby mohlo dojít k interferenci, musí být interferující pole vzájemně koherentní [2,3], resp. výsledná intenzita je závislá na hodnotě komplexního stupně vzájemné koherence [2,3]. V současnosti jsou k dispozici ale takové zdroje záření (lasery), které podmínky koherence splňují velmi dobře. I nekoherentní zdroje nacházejí své praktické uplatnění v optické metrologii. Další z nevýhod interferometrických měření je vysoká citlivost na termomechanické vlastnosti prostředí (změna vlhkosti, teploty, tlaku, nepříznivé vibrace, apod.). Pro získání velmi vysoké přesnosti je tak třeba provádět měření ve specializovaných laboratořích.

V další části textu se budeme zabývat zejména interferometrií používanou v praxi optické metrologie. Rozumějme tedy měření při výrobě a kontrole optických prvků – jak rovinných (planárních), sférických, tak i asférických. Popsané principy jsou ale převeditelné i do jiných aplikací.

Jedním z dnes již historických způsobů interferometrických měření v optickém průmyslu je kontaktní srovnání s tzv. kalibrem, tedy kontrolním prvkem, který je vyroben alespoň o jeden řád přesněji. Kalibr je přikládán na vyráběnou testovanou plochu a při vhodném osvětlení jsou patrné interferenční Newtonovy kroužky [3,4] (viz *obr. 1*), z jejichž tvaru lze posuzovat míru dodržení předepsaných výrobních tolerancí. Touto vizuální metodou může zacvičený personál odhadnout velikost výrobní chyby s rámcovou přesností $\lambda/8$, kde λ značí vlnovou délku použitého osvětlení.

Díky současnému trendu digitalizace, prudkého rozvoje zobrazovací a výpočetní techniky a automatizace výroby je cílem nalézat řešení založená na digitálním záznamu s automatizovaným kvantitativním vyhodnocením. Měření by také měla být bezkontaktní.

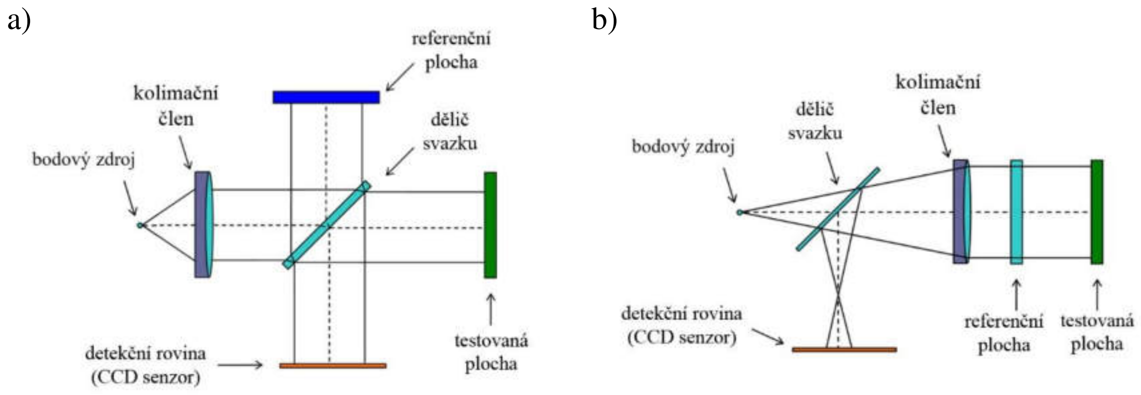


Obr. 1 – Newtonovy kroužky mezi rovinnou a sférickou plochou a princip jejich vzniku [3,4]: Interference mezi odraženým zářením od sférické plochy a rovinné plochy způsobí interferenční proužky, poloměr tmavého proužku bude pro normální dopad záření dán vztahem $r = \sqrt{mR\lambda}$, $m = 1, \ldots, M$, R je poloměr sférické plochy, λ vlnová délka záření

Interferometrická měření mohou být obecně založena na mnoha principech. Zmíníme se o jednom ze základních, a to je tzv. dvousvazková interferometrie [3-5], která využívá ke vzniku interferenčního pole dva svazky záření. Ty zpravidla vznikají dělením počátečního svazku generovaného jedním zdrojem na dva, které po průchodu optickou soustavou vhodné konfigurace společně interferují. Tímto postupem lze nastavit takové podmínky měření, aby interference nastala. Jeden zdroj záření (zpravidla kvazimonochromatický laser) totiž umožňuje snadno generovat dostatečně koherentní svazky.

V optické praxi se používá řada základních konfigurací interferometrů [3,4]. Jedno z dělení může být na soustavy, kde referenční a testovací svazek neprochází po stejné optické ose (angl. tzv. off-axis metody), nebo soustavy s jednou cestou pro oba svazky (angl. tzv. common-path metody). Na *obr. 2* jsou ukázána základní schémata zástupců zmíněných konfigurací pro testování rovinných optických odrazných ploch.

Na *obr. 2a* je zobrazeno schéma tzv. Twyman-Greenova interferometru, zástupce první z výše zmíněných skupin. Ten byl představen roku 1918 [4]. Bodový zdroj (který může být realizován různými způsoby – nepřímo osvětlená malá dírka, laserový svazek fokusovaný na dírkovou clonu, výstup jednomodového optického vlákna) generuje vlnu velmi blízkou sférické, která je transformována kolimačním členem, v jehož předmětovém ohnisku je umístěn bodový zdroj, na rovinnou. Dále vlna pokračuje na dělič svazků. Na něm vždy dojde k částečnému průchodu a částečnému odrazu. Jedna část vlnění tedy projde děličem a pokračuje k testované ploše, druhá část děleného svazku se odráží a jde k referenční ploše. Od testované i referenční plochy se následně svazky odrážejí, na děliči se jeden opět láme a druhý projde přímo. Tímto způsobem prochází až k pozorovací rovině, kde interferují, a na senzoru je zaznamenáváno rozložení intenzity interferenčního pole. Optické komponenty musí být co nejčistší, aby se pokud možno neprojevovaly nepříznivé difrakční jevy. Dále zejména dělič svazků musí být vysoké kvality. Pro potlačení „parazitní“ interference se nejčastěji používají antireflexní vrstvy. Také materiál děliče musí být extrémně homogenní. Od roviny, na které dochází k odrazu, se očekává, že je vyrobena s minimálně desetinásobnou přesností, než jakou požadujeme od vyhodnocovaných vlnoploch [4].



Obr. 2 a) Twyman-Greenův interferometr, b) Fizeaův interferometr

Na *obr. 2b* je zobrazeno schéma tzv. Fizeauova interferometru. Jedná se také o dvousvazkový interferometr, jak tomu bylo v případě Twyman-Greenova, poloha referenčního elementu je ale jiná, testovaná i referenční plocha leží v jednom rameni. Nejprve svazek prochází děličem přímo a pokračuje přes kolimační člen a referenční prvek až k testované ploše, kde se odráží. Na přední ploše referenčního elementu dochází také k částečnému odrazu. Oba odražené svazky jsou při zpětném průchodu soustavou děličem směrovány na detektor, kde je snímáno rozložení intenzity.

V obou výše zmíněných případech dostáváme referenční vlnoplochu odrazem od referenční plochy. Porovnáním s vlnoplochou odraženou od plochy testované poté můžeme usuzovat o odchylkách tvaru testované plochy od referenční. Vyhodnocení interferogramu přináší informace o fázovém rozdílu vlnoploch, který nese informace i o rozdílu dráhovém. Interferometrické měření tedy dává informace relativní vzhledem k referenčním prvkům.

Pomocí Twyman-Greenova a Fizeauova interferometru můžeme testovat různé optické elementy. Nejsnazší je testování rovinných ploch nebo členů se sférickým povrchem. Měření topografie asférických ploch je komplikovanější a nebyla prozatím vyvinuta obecná metoda, která by umožňovala testovat se stejnou přesností libovolnou asférickou plochu. Pro testování asférických optických ploch jsou často užívány speciální adaptéry nebo difraktivní optické elementy, které jsou navrženy pro každou testovanou asférickou plochu zvlášť (pro tvar této plochy). Tyto elementy jsou ale velmi drahé a jejich výroba je časově náročná (několik týdnů). Dále existují i další speciální metody měření asférických ploch, které přišly do nabídky komerčních firem nedávno. Komerčně jsou pro zmíněné metrologické účely v optice dostupné přístroje např. od firmy ZYGO [6], 4D-Technology [7], Mahr [8], Schneider [9], OptoTech [10] nebo Trioptics [11]. Difraktivní optické elementy pro měření asférických ploch nabízí např. firmy Diffraction International [12] a Silios Technology [13]. Na trhu se objevují i jiné způsoby měření asférických ploch, např. tzv. Aspheric Stitching Interferometer firmy QED Technologies (USA) [14].

Základní model interferometrie a nejednoznačnost úlohy

Pro zapsání modelu dvousvazkových interferometrických měření uvažujme, že zdrojem záření je kvazimonochromatický laser. Dále pro jednoduchost předpokládejme, že interferující pole jsou lineárně polarizovaná, kdy vektory amplitud jsou vzájemně rovnoběžné a různé velikosti, a šíří se stejným směrem. Lze ukázat [2,3], že intenzita $I = I(\mathbf{r})$ v bodě $\mathbf{r}$ (v praktických aplikacích v určitém bodě detektoru, kterým výsledné pole snímáme) bude dána vztahem

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,|\gamma_{12}|\cos\varphi\ , \tag{1}$$

kde $I_1 = I_1(\mathbf{r})$ a $I_2 = I_2(\mathbf{r})$ jsou intenzity interferujících polí, pokud by se v prostoru vyskytovala samostatně, $|\gamma_{12}|$ je modul komplexního stupně vzájemné koherence [2,3] a $\varphi = \varphi(\mathbf{r})$ je výsledná fáze (fázový rozdíl interferujících polí). Poznamenejme jen pro úplnost, že všechny vystupující veličiny jsou obecně funkcí polohy $\mathbf{r}$, a tedy pro různá místa detektorů dostáváme jejich jiné hodnoty.

Pro kontrast $K = K(\mathbf{r})$ následně platí [2,3]

$$K = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}|\gamma_{12}|\ . \tag{2}$$

Zavedeme-li substituci

$$A = I_1 + I_2, \quad B = 2\sqrt{I_1 I_2}\,|\gamma_{12}|\ , \tag{3}$$

představuje $A = A(\mathbf{r})$ tzv. rozložení intenzity pozadí a $B = B(\mathbf{r})$ modulaci amplitudy. Vztah pro základní model interferometrických měření následně můžeme psát jako

$$I = A + B\cos\varphi\ , \tag{4}$$

a pro kontrast poté platí

$$K = \frac{B}{A}\ . \tag{5}$$

Použitím výše uvedených vztahů můžeme dále model interfometrických měření zapsat jako

$$I = A\left[1 + K\cos\varphi\right]. \tag{6}$$

Předpokládáme-li, že v bodě daném polohovým vektorem $\mathbf{r}$ interferují dvě monochromatické rovinné lineárně polarizované vlny, poté bude jejich fázový rozdíl dán vztahem [2,3]

$$\varphi = \left(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2\right)\cdot\mathbf{r} + \Delta\delta_{12}\ , \tag{7}$$

kde $\mathbf{k}_1 = k\mathbf{n}_1$ a $\mathbf{k}_2 = k\mathbf{n}_2$ jsou vlnové vektory, $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}n = \frac{2\pi}{\lambda}$ je vlnové číslo, λ_0 je vlnová délka použitého zdroje ve vakuu, $n = n(\mathbf{r})$ je index lomu prostředí, λ je vlnová délka v daném prostředí, $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(\mathbf{r})$ a $\mathbf{n}_2 = \mathbf{n}_2(\mathbf{r})$ jsou normálové vektory vlnoploch a $\Delta\delta_{12}$ je počáteční fázový rozdíl, který pro případy jednoho zdroje můžeme považovat za nulový. Vztah (7) můžeme poté zapsat jako

$$\varphi = k\left|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2\right| = n\frac{2\pi}{\lambda_0}W\ , \tag{8}$$

kde $\boldsymbol{\rho}_1$ a $\boldsymbol{\rho}_2$ jsou průměty polohového vektoru $\mathbf{r}$ do směrů daných normálovými vektory vlnoploch $\mathbf{n}_1$ a $\mathbf{n}_2$ a $W = W(\mathbf{r})$ je dráhový rozdíl mezi vlnoplochami. Je-li předmětem zájmu právě tento dráhový rozdíl W, lze ho po rekonstrukcí fáze φ snadno získat ze vztahu (8) jako

$$W = \frac{\lambda_0}{2n\pi}\varphi = \frac{\lambda}{2\pi}\varphi\,. \tag{9}$$

Registrované intenzitní rozložení budou ovlivňovat při reálných měřeních další jevy, jako například šum detektoru. Principiálně můžeme vliv šumu charakterizovat pomocí funkcí aditivního šumu $N_a = N_a(\mathbf{r})$ a násobného (multiplikativního) šumu $N_m = N_m(\mathbf{r})$. Model registrovaného obrazu interferenčního pole poté můžeme zapsat jako

$$I = A\left[1 + K\cos\varphi\right]N_m + N_a \ . \tag{10}$$

V další části ovšem předpokládejme, že šum je zanedbatelný, resp. pomocí vybraných metod předzpracování obrazu byl výrazně potlačen (tj. pro všechna $\mathbf{r}$ platí $N_m = 1$ a $N_a = 0$).

Výše uvedené formy základního modelu mají jedno společné, a to že ve vztazích vystupuje funkce kosinus. To vnáší do rekonstrukčních metod, při kterých se snažíme získat hodnoty fáze $\varphi = \varphi(\mathbf{r})$, základní nejednoznačnost. Jak je známo, pro funkci kosinus platí

$$\cos\varphi = \cos\left(m\varphi + 2\pi l\right), \quad m \in \{-1, +1\}, \quad l \in \mathbb{Z} \ . \tag{11}$$

Díky konstantě m ve vztahu (11) není možné bez další apriorní informace říci, zda by byla rekonstruovaná fáze z jednoho záznamu interferogramu konvexní nebo konkávní. V praktických situacích testování optických ploch, kdy nás zajímají především odchylky vzhledem k referenční ploše, je tato nejednoznačnost zpravidla odstraněna vstupem znalosti o základním tvaru plochy.

Konstanta l ve vztahu (11) způsobuje, že není možné v jednom záznamu rozlišit hodnoty o násobky 2π větší nebo menší. V rámci praktického měření je tento problém odstraňován zaváděním tzv. nosných frekvencí buď v prostorové nebo časové oblasti [1,4,5].

Třetí obecná nejednoznačnost vyplývá z toho, že většina z postupů vyhodnocení vede na použití funkce $\arctan$. Zapíšeme-li registrovanou intenzitu pole I pomocí komplexní amplitudy U (viz skalární difrakční teorie [2,3]), tj. $I = UU^*$, kde $U = U_0\exp(\mathrm{i}\varphi)$, U_0 je amplituda a φ fáze, poté platí

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\{U\}}{\mathrm{Re}\{U\}}\right). \tag{12}$$

Hledáme tedy argument komplexního čísla (resp. hlavní hodnotu argumentu komplexního čísla), tj. úhel, který svírá průvodič s kladným směrem reálné osy v komplexní rovině. Ve výpočetních softwarech je pro tuto funkci implementována funkce atan2, jejíž obor hodnot je v intervalu $-\pi$ až π. Rekonstruovaná fáze v sobě poté obsahuje 2π nejednoznačnost (2π nespojitosti), kterou je třeba dalšími vhodnými algoritmy odstranit. Touto problematikou se zabývají tzv. unwrapping algoritmy [3,4,15].

2. Metody vyhodnocení

V Příloze 1 tohoto zadání naleznete kopii článku:

[1] P. POKORNÝ. Metody vyhodnocení interferogramů pro měření deformací a tvarů ploch a vlnoploch. *Jemná mechanika a optika*. 2014, **59**(11-12), 324-329. ISSN 0447-6441,

který shrnuje základní metody vyhodnocení interferogramů. Existuje dále celá řada pramenů, ze kterých lze čerpat informace k vyhodnocení ploch a vlnoploch interferometrickými metodami [4,5].

U dodaných dat předpokládejte, že měření bylo již kalibrováno, a tedy měřený interferogram nese informaci přímo o fázovém rozdílu mezi poli odraženými od testovací a referenční plochy.

3. Postup zpracování

Celé zpracování proveďte v software MATLAB, případně v jiném vhodném (Octave, Python, apod.). Nastudujte potřebné teoretické partie o algoritmech metody fázového posuvu v přiloženém článku a znalosti aplikujte ke zpracování dodaných dat. Pro případný unwrapping lze použít funkci, kterou vám vyučující dodá společně se zadanými daty měřených interferogramů.

Proveďte poté následující kroky pro vyhodnocení interferogramů a analýzu rovinné a sférické plochy.

Vyhodnocení rovinné plochy

Je zaměřeno 5 inteferogramů pro rovinnou plochu s fázovým posuvem $\omega_0 = \pi/2$ s pomocí záření o vlnové délce 633 nm. Rozměr pixelu interferogramu odpovídá 0.25 mm ve skutečnosti. Proveďte následující kroky vyhodnocení:

- Načtěte dodaná data měřených interferogramů.
- Zobrazte grafy načtených interferogramů do jednoho okna (subplot).
- Vhodným algoritmem (viz příloha [1]) vyhodnoťte fázi φ interferujících polí.
- Bude-li třeba, proveďte unwrapping fáze.
- Přepočtěte fázi na dráhový rozdíl *W*.
- Metodou nejmenších čtverců aproximujte vyhodnocený dráhový rozdíl rovinou vztahem $W(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y$, kde a_0, a_1, a_2 jsou hledané koeficienty.
- Vypočtěte aposteriorní odhad nejistot vypočtených parametrů a_0, a_1, a_2.
- Vypočtěte odchylku *E* aproximace roviny od vyhodnoceného dráhového rozdílu.
- Vypočtěte RMS charakteristiku odchylky *E*.
- Vypočtěte PV charakteristiku odchylky *E*.
- Vhodným způsobem zobrazte 3D grafy vyhodnoceného dráhového rozdílu *W* společně s jeho aproximací a odchylky *E*. Popište odpovídajícím způsobem osy grafů. Jako titulek grafu plochy *W* a její aproximace uveďte koeficienty a_0, a_1, a_2 i s jednotkami a vypočtenými nejistotami. Jako titulek grafu odchylky *E* uveďte vypočtenou RMS a PV charakteristiku i s jednotkami.

Vyhodnocení sférické plochy

Jsou zaměřeny 3 interferogramy s fázovým posuvem $\omega_0 = 2\pi/3$ s pomocí záření o vlnové délce 633 nm. Rozměr pixelu interferogramu odpovídá 0.25 mm ve skutečnosti. Proveďte následující kroky vyhodnocení:

- Načtěte dodaná data měřených interferogramů.
- Zobrazte grafy načtených interferogramů do jednoho okna (subplot).
- Vhodným algoritmem (viz příloha [1]) vyhodnoťte fázi φ interferujících polí.
- Bude-li třeba, proveďte unwrapping fáze.
- Přepočtěte fázi na dráhový rozdíl *W*.
- Metodou nejmenších čtverců aproximujte vyhodnocený dráhový rozdíl sférickou plochou (viz Příloha 2).
- Vypočtěte poloměr aproximované sférické plochy *R*.
- Vypočtěte RMS charakteristiku vypočteného poloměru.
- Zobrazte graf vyhodnoceného dráhového rozdílu *W*.
- Popište odpovídajícím způsobem osy grafu. Jako titulek zobrazte vypočtený poloměr *R* a jeho RMS charakteristiku.

POŽADOVANÉ VÝSTUPY

Všechny výpočty provádějte v prostředí MATLAB. Výstupem úlohy budou dva soubory (m-fily) pro vyhodnocení rovinné a sférické plochy zvlášť, které budou načítat datové soubory měřených interferogramů, provedou vyhodnocení a obrazí požadované grafy.

1. M-file se zpracováním vyhodnocení rovinné plochy viz pokyny výše.
2. M-file se zpracováním vyhodnocení sférické plochy viz pokyny výše.

POMŮCKY

Datové soubory interferogramů, m-file s funkcí unwrappingu, MATLAB (nebo jiný vhodný software – Octave, Python, …)

LITERATURA

[1] P. POKORNÝ. Metody vyhodnocení interferogramů pro měření deformací a tvarů ploch a vlnoploch. *Jemná mechanika a optika*. 2014, **59**(11-12), 324-329. ISSN 0447-6441.

[2] A. Mikš. *Aplikovaná optika*. ČVUT v Praze, 2009.

[3] M. Born, E. Wolf, and A. B. Bhatia. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, 2000.

[4] D. Malacara. *Optical Shop Testing*. Wiley Series in Pure and Applied Optics.Wiley, 2007.

[5] P. Rastogi and E. Hack. *Phase Estimation in Optical Interferometry*. Taylor & Francis, 2014.

[6] Zygo Corporation. http://www.zygo.com.

[7] 4D Technology. http://www.4dtechnology.com.

[8] Mahr. www.mahr.com.

[9] Schneider. http://www.schneider-om.com.

[10] OptoTech. http://www.optotech.de.

[11] Trioptics. http://www.trioptics.com.

[12] Diffraction International. http://www.diffraction.com.

[13] SILIOS Technologies. http://www.silios.com.

[14] QED Technologies. http://qedmrf.com.

[15] D. C. Ghiglia and M. D. Pritt. *Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software*. Wiley-Interscience publication. Wiley, 1998.

PŘÍLOHA 1 – KOPIE ČLÁNKU

P. POKORNÝ. Metody vyhodnocení interferogramů pro měření deformací a tvarů ploch a vlnoploch. *Jemná mechanika a optika*. 2014, **59**(11-12), 324-329. ISSN 0447-6441.

Petr POKORNÝ
České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Praha

Metody vyhodnocení interferogramů pro měření deformací a tvarů ploch a vlnoploch

Práce představuje a srovnává základní metody vyhodnocení interferogramů používané při vyhodnocení měření deformací a tvarů ploch a vlnoploch. Je popsán základní model interferometrie a jeho nejednoznačnosti. Dále autor ukazuje řešení pomocí zaváděných nosných frekvencí v prostorové i časové oblasti. Jsou také představeny některé metody nevyžadující nosné frekvence v zaznamenaném interferogramu. V závěru jsou vybrané algoritmy testovány na simulovaných datech.

Klíčová slova: interferogram, vyhodnocení fáze, analýza proužků interferogramu

1. ÚVOD

V průběhu výroby je nezbytně nutné kontrolovat kvalitu vyráběných výrobků, zejména pak prostorovou přesnost a jakostní charakteristiky. Bez jejich podložené znalosti není možné zaručit úspěšné zařazení výrobků do dalších procesů. Nejpřesnější a nejpoužívanější metodou pro bezkontaktní měření je interferometrie [1–7]. Její myšlenka, která se zakládá na vyhodnocení fáze interferujících světelných polí, je v principu jednoduchá. Vyhodnocená fáze nese další informaci o vlnoploše pole a my tak snadno získáme údaje o prostorových poměrech testované plochy nebo jiných charakteristikách výrobku (indexu lomu apod.). Praktická aplikace ale naráží na několik problémů. Jelikož je na výsledky kladen požadavek přesnosti v řádech zlomků vlnové délky použitého záření, má každá změna prostředí nebo konfigurace měření vliv na kvalitu výstupu.

V průběhu posledních několika desetiletí se postupy samotného měření a jeho vyhodnocení značně rozvinuly. Zejména s pomocí výpočetní techniky došlo k digitalizaci procesu a k postupnému nástupu automatizace. Tato práce představuje přehled základních metod pro digitální (analytické, numerické) vyhodnocení interferogramů. Ke zvolené metodě vyhodnocení se poté váže i postup samotného měření, který musí být odvozen v závislosti na analyzovaných vyhodnocovacích procedurách. Pro podrobný popis technik měření odkážeme čtenáře na dostupnou odbornou literaturu [1–7].

2. ZÁKLADNÍ MODEL, JEHO NEJEDNOZNAČNOST A VARIANTY ŘEŠENÍ

Výchozí obecný model interferometrie je poměrně známý. Jeho odvození vychází například z teorie elektromagnetického pole [8]. Zaznamenanou intenzitu můžeme psát jako sinusoidální signál, který odpovídá fázovým změnám zaváděných měřicím systémem. Zjednodušeně můžeme statický interferogram zapsat pomocí vztahu [1-7]

$$I(\boldsymbol{r}) = a(\boldsymbol{r}) + b(\boldsymbol{r})\cos[\varphi(\boldsymbol{r})]\,, \tag{1}$$

kde $\boldsymbol{r}$ je polohový vektor v rovině interferogramu, $a(\boldsymbol{r})$ je funkce rozložení intenzity pozadí a $b(\boldsymbol{r})$ je funkce kontrastu, $\varphi(\boldsymbol{r})$ je fáze interferenčního pole, kterou se snažíme určit. Vyhodnocení fáze je z matematického pohledu inverzní problém, kde z měřené $I(\boldsymbol{r})$ určujeme funkci $\varphi(\boldsymbol{r})$, která je zprostředkovatelem měřených hodnot. Využitím Eulerovy identity [9] můžeme vztah (1) přepsat jako

$$I(\boldsymbol{r}) = a(\boldsymbol{r}) + \frac{1}{2}b(\boldsymbol{r})\exp[\mathrm{i}\varphi(\boldsymbol{r})] + \frac{1}{2}b(\boldsymbol{r})\exp[-\mathrm{i}\varphi(\boldsymbol{r})]\,. \tag{2}$$

kde $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$. Pokud budeme schopni určit například hodnotu druhého členu rovnice (2), můžeme vyjádřit odhad fáze $\hat{\varphi}(\boldsymbol{r})$ jako

$$\hat{\varphi}(\boldsymbol{r}) = \arctan\frac{\mathrm{Im}\{(1/2)b(\boldsymbol{r})\exp[\mathrm{i}\varphi(\boldsymbol{r})]\}}{\mathrm{Re}\{(1/2)b(\boldsymbol{r})\exp[\mathrm{i}\varphi(\boldsymbol{r})]\}}\,. \tag{3}$$

Jelikož je funkce arctan ve výpočetním software definována na intervalu od $-\pi$ do π, bude rekonstruovaný obraz obsahovat nespojitosti velikosti 2π. Odstraněním těchto nespojitostí se zabývá tzv. unwrapping [10].

Pro upřesnění modelu daného rovnicemi (1) a (2) musíme také uvážit náhodný šum, který v zaznamenaném obraze interferogramu bude přítomný (způsobený např. nestálostí jednotlivých částí detektoru, fluktuacemi okolního prostředí apod.) a který výsledky vyhodnocení ovlivní. Poté můžeme psát model ve tvaru

$$I(\boldsymbol{r}) = N_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r})\{a(\boldsymbol{r}) + b(\boldsymbol{r})\cos[\varphi(\boldsymbol{r})]\} + N_{\mathrm{a}}(\boldsymbol{r})\,, \tag{4}$$

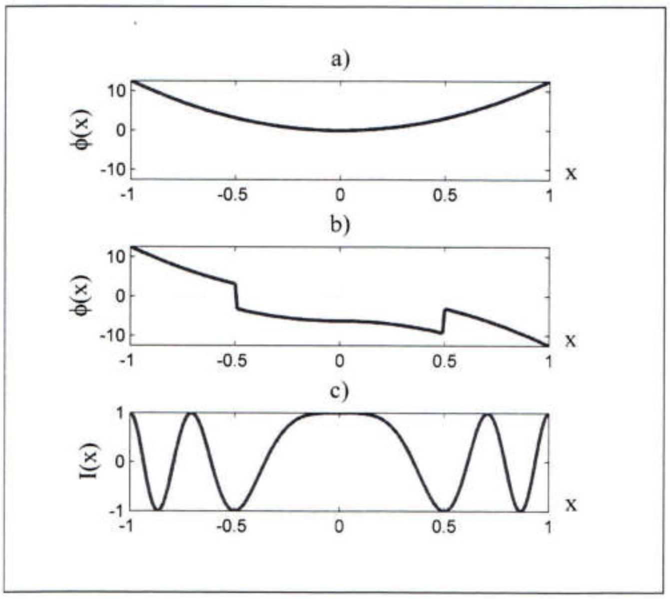
kde $N_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r})$ a $N_{\mathrm{a}}(\boldsymbol{r})$ jsou tzv. multiplikativní a aditivní náhodný šum. Částečné potlačení šumu můžeme provádět například průměrováním z více zaznamenaných snímků, filtrací obrazu nebo dalším zpracováním založeném na stochastických principech [4].

I kdyby byl záznam interferogramu bez přítomnosti šumu a funkce rozložení intenzity a kontrastu by byly konstantní, narazí vyhodnocení z jednoho statického snímku na nejednoznačnosti zavedené goniometrickou funkcí kosinus. Jelikož platí

$$\begin{gathered}\cos[\varphi(\boldsymbol{r})] = \cos[-\varphi(\boldsymbol{r})]\,,\\ \cos[\varphi(\boldsymbol{r})] = \cos[2l\pi + \varphi(\boldsymbol{r})]\,,\quad l \in Z\,,\end{gathered} \tag{5}$$

nemůžeme z jednoho snímku jednoduše vyhodnotit fázi bez další *a priori* znalosti. Vztahy (5) některé literatury nazývají tzv. znaménková nejednoznačnost a 2π nejednoznačnost. Schematicky je daný problém naznačen na *obr. 1*, kde jsou zobrazeny různé modifikace fáze. Po dosazení do modelu (1) nebo (2) bude pro každou z nich výsledkem stejný interferogram. Pro jednoduchost je zobrazen jen směr osy x a hodnoty $a(\boldsymbol{r}) = b(\boldsymbol{r}) = 1 \forall \boldsymbol{r}$.

Přímé vyhodnocení interferogramu z jednoho snímku je tedy bez další *a priori* znalosti nemožné. Existují sice algoritmy, které dokážou odhadnout fázi pouze z jednoho snímku, krátká zmínka o nich bude v páté části práce, ale i těm musíme v počátku zadat známý údaj. Takové algoritmy jsou však obecně velmi časově náročné a pro praktické aplikace obtížně implementovatelné.



Obr. 1 Znaménková a 2π nejednoznačnost interferometrického vyhodnocení; dvě různé fáze a) a b) generují stejný interferogram c) $I(x) = \cos[\varphi(x)]$

Problém nejednoznačnosti můžeme řešit, a zpravidla tomu tak je, dodáním další známé informace – tzv. nosné frekvence – do měření pomocí měřicího zařízení nebo software. Změny provádíme buď v čase, poté hovoříme o tzv. synchronní nebo asynchronní interferometrii s proměnnými interferogramy v čase (se zavedenou nosnou frekvencí v časové oblasti), nebo interferometrii s prostorovou nosnou frekvencí (se zavedenou nosnou frekvencí v prostorové oblasti).

S takovýmito modifikacemi můžeme vztah (1) přepsat obecně jako [4]

$$I(\boldsymbol{r},t) = a(\boldsymbol{r}) + b(\boldsymbol{r})\cos[\varphi(\boldsymbol{r}) + \xi(\boldsymbol{r},t)], \tag{6}$$

kde $\xi(\boldsymbol{r}, t)$ je časová nebo prostorová nosná frekvence, kterou známe nebo jsme schopni v průběhu vyhodnocení přesně určit. Ve srovnání s fází $\varphi(\boldsymbol{r})$ musí být $\xi(\boldsymbol{r}, t)$ vysokofrekvenční, a tedy musí platit podmínka [4]

$$\left|\nabla\xi(\boldsymbol{r},t)\right| \geq \left|\nabla\varphi(\boldsymbol{r})\right|_{\max}, \tag{7}$$

kde ∇ je nabla operátor [9]. Dodáním nosné frekvence do měření vyřešíme úplně znaménkovou nejednoznačnost, protože platí nerovnost $\cos(\varphi + \xi) \neq \cos(-\varphi + \xi)$.

V technické praxi se zpravidla zavádějí dva druhy nosných frekvencí, a to [1–7]:

- lineární časová frekvence

$$\xi(t) = \omega_0 t,$$

kde $\omega_0 \in R$ je časová frekvence, t je čas,

- prostorová frekvence

$$\xi(\boldsymbol{r}) = 2\pi \boldsymbol{f}_0 \boldsymbol{r} = 2\pi(f_{0x}x + f_{0y}y),$$

kde $[f_{0x}, f_{0y}] \in R^2$ jsou frekvence ve směru os roviny interferogramu, zde značeny x a y.

První z nich, časovou frekvenci, realizujeme záznamem sekvence interferogramů, kde každý z nich má fázi posunutou o určitou známou nebo určovanou hodnotu. Tyto procesy daly vzniknout tzv. Phase Shifting Interferometry (PSI), která patří mezi nepřesnější metody vyhodnocení. Druhý způsob, zavádění prostorové frekvence, provádíme prostorovou modifikací určitého elementu měřicího zařízení, zpravidla natočením referenční nebo testované plochy (zavádíme tzv. tilt). Vyhodnocení poté může probíhat z jednoho snímku. Tento postup se stal základem pro tzv. fourierovskou interferometrii (FTM – Fourier Transform Method). FTM je méně přesné než PSI co se týče vyhodnocení, ale na druhou stranu přináší určité výhody.

Proces vyhodnocení interferogramů můžeme na základě výše představených vztahů shrnout následovně:

- záznam interferogramu v závislosti na zvolené metodě zavádění nosné frekvence dle modelu (6) [1–7],
- předzpracování interferogramů, potlačení šumů viz vztah (4), vyvážení kontrastu apod.,
- rekonstrukce interferogramu a získání nespojitého obrazu fáze nebo již spojitého při použití speciálních postupů [1–7] (speciální postupy viz pátá část práce),
- unwrapping [10] – není-li použit speciální postup pro obdržení již spojitého formátu fáze,
- závěrečné zpracování (aproximace vyhodnocených dat, vyhodnocení parametrů testovaného prvku dle norem apod.).

V následující části přiblížíme jednotlivé metody vyhodnocení interferogramů. Informace o předzpracování a závěrečném zpracování může čtenář nalézt v širokém spektru dostupné odborné literatury.

3. METODY S FÁZOVOU MODIFIKACÍ V ČASOVÉ OBLASTI

Jak již bylo naznačeno v předchozí kapitole, jedním z postupů vyhnutí se komplikacím s nejednoznačnostmi vyhodnocení je zavádění časové nosné frekvence, resp. zavedení tzv. fázového posuvu. Tato procedura dala vzniknout velkému množství algoritmů, které analyzují sekvenci zaznamenaných interferogramů, kde každý z nich má určitým způsobem modifikovanou fázi v čase. Metoda se obecně označuje jako PSI (z angl. Phase Shifting Interferometry).

Dle formátu zaváděného časového posuvu můžeme nejpoužívanější PSI algoritmy dělit následovně [1–7]:

- se známým fázovým posuvem (tzv. synchronní nebo lineární PSI),
- s konstantním neznámým fázovým posuvem (tzv. asynchronní nebo nelineární PSI).

Model PSI pro konstantní fázový posuv můžeme zapsat modifikací rovnice (6) jako

$$I(\boldsymbol{r},t) = a(\boldsymbol{r}) + b(\boldsymbol{r})\cos[\varphi(\boldsymbol{r}) + \omega_0 t], \tag{8}$$

kde $a(\boldsymbol{r})$ a $b(\boldsymbol{r})$ jsou funkce rozložení intenzity pozadí a kontrastu, $\omega_0 t$ je fázový posuv, $\omega_0 = konst.$ je frekvence fázového posuvu a $\varphi(\boldsymbol{r})$ je fáze, kterou se snažíme rekonstruovat. Takto uvedenou formulací, kde se vyskytuje frekvence fázového posuvu, můžeme jednotlivé algoritmy analyzovat fourierovskými metodami. Tyto postupy se v posledních letech staly velmi moderními a účinnými a poskytují možnosti volby, případně tvorby robustních algoritmů [4]. Uvažujme pro jednoduchost zápisu v dalším textu $\hat{\varphi} = \hat{\varphi}(\boldsymbol{r})$, $I = I(\boldsymbol{r})$, potom můžeme obecný vztah pro vyhodnocení PSI z N měřených interferogramů psát jako [1–7]

$$\hat{\varphi} = \arctan\frac{\beta_0 I_0 + \beta_1 I_1 + \ldots + \beta_{N-1} I_{N-1}}{\alpha_0 I_0 + \alpha_1 I_1 + \ldots + \alpha_{N-1} I_{N-1}},$$

kde $[\alpha i, \beta i] \in R^2$, $i = 0, \ldots, N-1$ jsou koeficienty jednotlivých algoritmů odvozené např. z fourierovských procedur, tzv. charakteristických polynomů nebo algebraických operací využívajících trigonometrických identit [1–7].

Známe-li posuv dostatečně přesně a máme-li kontrolu nad jeho volbou, je jako nejlepší alternativa vyhodnocení považováno užití některého PSI s aplikací metody nejmenších čtverců (dále jen LS-PSI z angl. Least Squares Phase Shifting Interferometry). Obecně můžeme LS-PSI vyjádřit vztahem [1–7]

$$\hat{\varphi} = \arctan \frac{\sum_{n=1}^{N-1} \sin(\omega_0 n) I_n}{\sum_{n=1}^{N-1} \cos(\omega_0 n) I_n}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{N}, N \geq 3. \tag{9}$$

Bude-li ale posuv ovlivněn systematickou chybou δ, tj. $\omega_0 \to \omega_0 \pm \delta$, potom je vhodné zaznamenané interferogramy fourierovsky analyzovat a nalézt vhodnější robustnější řešení. Jako příklady některých velmi dobře známých LS-PSA algoritmů uveďme následující:

- tříkrokový LS-PSA, který navrhl Bruning *et. al.* [11] pro $\omega_0 = 2\pi/3$:

$$\hat{\varphi} = \arctan \frac{I_0 - 2I_1 + I_2}{\sqrt{3}(I_0 - I_2)}, \tag{10}$$

- čtyřkrokový LS-PSA autorů Brunning *et. al.* [11] a Wyant [12] pro $\omega_0 = \pi/3$:

$$\hat{\varphi} = \arctan \frac{I_3 - I_1}{I_0 - I_2}, \tag{11}$$

- pětikrokový PSA autorů Schwider *et. al.* [13] a Hariharan [14] pro $\omega_0 = \pi/2$:

$$\hat{\varphi} = \arctan \frac{2(I_1 - I_3)}{2I_2 - I_0 - I_4}. \tag{12}$$

Poslední ze zmíněných algoritmů daný vztahem (12) je velmi známý a často používaný zejména pro svou robustnost vůči chybě z fázového posuvu. Jako zástupce algoritmů pro vyhodnocení s neznámým konstantním fázovým posuvem uveďme velmi známý čtyřkrokový algoritmus, který představil Carré [15]:

$$\hat{\varphi} = \arctan \frac{\sqrt{(I_0 - I_3 + I_1 - I_2)(-I_0 + I_3 + 3I_1 - 3I_2)}}{-I_0 - I_3 + I_1 + I_2}. \tag{13}$$

Fázový posuv poté může být odhadnut ze vztahu [15]

$$\hat{\omega}_0 = \arccos \frac{I_0 - I_3 - I_1 + I_2}{2(I_1 - I_2)}. \tag{14}$$

Vybrané algoritmy budou porovnány s ostatními metodami vyhodnocení v šesté části práce.

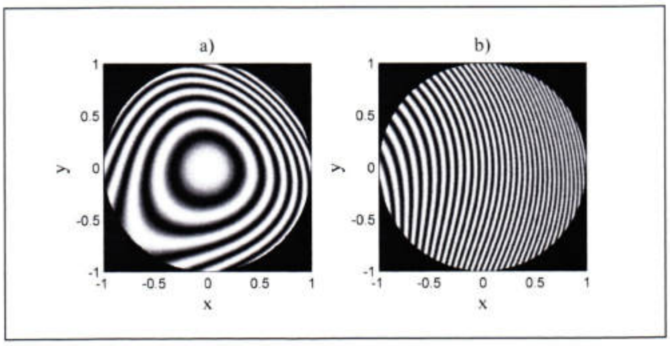
V poslední době se rozvíjí i oblast rekonstrukce interferogramů s náhodnými fázovými posuvy. Známými metodami jsou např. AIA autorů Wang a Han [16], nebo PCA, který prezentoval Vargas *et. al.* [17]. Jak je doporučeno ve [4], použití nejprve AIA algoritmu a poté, bude-li třeba, algoritmu PCA dává silný nástroj pro PSI metody s téměř nulovou počáteční znalostí procesu zavádění fázového posuvu. Pro podrobnou analýzu odkážeme čtenáře na dostupnou literaturu.

4. METODY S PROSTOROVOU NOSNOU FREKVENCÍ

Syntézou poznatků představených v předchozích částech můžeme rovnou přejít k základnímu modelu interferometrie se zavedenou prostorovou nosnou frekvencí. Nebudeme-li pro jednoduchost popisu metody uvažovat šum v obraze, můžeme záznam intenzity interferogramu vyjádřit pomocí vztahu [1–7]

$$\begin{aligned} I(\boldsymbol{r}) &= a(\boldsymbol{r}) + b(\boldsymbol{r})\cos[\varphi(\boldsymbol{r}) + 2\pi \boldsymbol{f}_0 \boldsymbol{r}] \\ &= a(\boldsymbol{r}) + c(\boldsymbol{r})\exp(\mathrm{i}2\pi \boldsymbol{f}_0 \boldsymbol{r}) + c^*(\boldsymbol{r})\exp(-\mathrm{i}2\pi \boldsymbol{f}_0 \boldsymbol{r}), \end{aligned} \tag{15}$$

kde $c(\boldsymbol{r}) = (1/2)b(\boldsymbol{r})\exp[\mathrm{i}\varphi(\boldsymbol{r})]$, $c^*(\boldsymbol{r}) = (1/2)b(\boldsymbol{r})\exp[-\mathrm{i}\varphi(\boldsymbol{r})]$, $\boldsymbol{r} = [x, y] \in R^2$ je polohový vektor v rovině interferogramu, $a(\boldsymbol{r})$ a $b(\boldsymbol{r})$ jsou funkce rozložení intenzity pozadí a funkce kontrastu, $\varphi(\boldsymbol{r})$ je hledaná fáze a $\boldsymbol{f}_0 = [f_{0x}, f_{0y}] \in R^2$ je prostorová nosná frekvence. Z podmínky (7) vyplývá, že fáze $\varphi(\boldsymbol{r})$, ale také i funkce $a(\boldsymbol{r})$ a $b(\boldsymbol{r})$, se musí měnit pomalu vzhledem k nosné frekvenci. Uplatnění



Obr. 2 Simulovaný interferogram a) bez zavedené a b) se zavedenou prostorovou nosnou frekvencí

tohoto předpokladu ukážeme vzápětí. Zavedení prostorové nosné frekvence má za následek utvoření tzv. otevřených interferenčních proužků, jak ukazuje *obr. 2*.

Základem metod pro vyhodnocení výše popsaných interferogramů je Fourierova transformace [9], která dala algoritmům název – FTM z angl. Fourier Transform Method [1-7]. Jako první publikoval tento způsob vyhodnocení Takeda *et. al.* [18]. Lze ukázat, že aplikací Fourierovy transformace na model (15), bude-li dodržena podmínka (7), dojde k separaci spektra ve frekvenční oblasti na tři části odpovídající třem členům druhé rovnice (15) – jedno střední reprezentující člen $a(\boldsymbol{r})$ s nulovou nosnou frekvencí a dvě středově souměrná reprezentující další dva členy s maximy v místech $\boldsymbol{f}_0$ a $-\boldsymbol{f}_0$. Označíme-li operátor Fourierovy transformace jako $FT\{\}$, poté fourierovské spektrum interferogramu se zavedenou lineární prostorovou nosnou frekvencí můžeme zapsat jako [1–7,18]

$$FT\{I(\boldsymbol{r})\} = A(\boldsymbol{f}) + C(\boldsymbol{f} + \boldsymbol{f}_0) + C^*(\boldsymbol{f} - \boldsymbol{f}_0). \tag{16}$$

Fourierova spektra $A(\boldsymbol{f})$, $C(\boldsymbol{f}+\boldsymbol{f}_0)$ a $C^*(\boldsymbol{f}-\boldsymbol{f}_0)$ budou tedy oddělena nosnou frekvencí $\boldsymbol{f}_0$ a půjde je snadno filtrovat. Klasický postup vyhodnocení FTM dále následuje výběrem jednoho z bočních spekter, které nese informaci o rekonstruované fázi interferenčního pole, a odfiltrování ostatních. Posunem (centrováním) tohoto spektra tak, aby platilo $\boldsymbol{f}_0 = [0, 0]$, dojde k eliminaci nosné frekvence a následnou inverzní Fourierovou transformací bude platit:

$$\begin{aligned} FT^{-1}\{C(\boldsymbol{f})\} &= \frac{1}{2}b(\boldsymbol{r})\exp\left[\mathrm{i}\varphi(\boldsymbol{r})\right] = c(\boldsymbol{r}), \\ FT^{-1}\{C^*(\boldsymbol{f})\} &= \frac{1}{2}b(\boldsymbol{r})\exp\left[-\mathrm{i}\varphi(\boldsymbol{r})\right] = c^*(\boldsymbol{r}), \end{aligned} \tag{17}$$

kde $FT^{-1}\{\}$ značí operátor inverzní Fourierovy transformace. Poté už snadno určíme hledanou fázi $\varphi(\boldsymbol{r})$ jako argument komplexních hodnot daných vztahy (17), platí

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = \arctan \frac{\mathrm{Im}\left[FT^{-1}\{C(\boldsymbol{f})\}\right]}{\mathrm{Re}\left[FT^{-1}\{C(\boldsymbol{f})\}\right]} = -\arctan \frac{\mathrm{Im}\left[FT^{-1}\{C^*(\boldsymbol{f})\}\right]}{\mathrm{Re}\left[FT^{-1}\{C^*(\boldsymbol{f})\}\right]}. \tag{18}$$

Výše popsaný postup naráží při analýze reálných interferometrických dat na komplikace způsobené přítomností šumu nebo diskontinuit. Ty můžou v krajních případech ovlivnit nalezení maxim bočních spekter, a tedy i určení skutečné hodnoty zaváděné nosné frekvence. Výsledná centrace poté nemusí být korektní a je třeba algoritmy vhodně modifikovat pro zaručení dostatečné robustnosti. Kontrolou správné centrace může být například podmínka snadno odvoditelná ze vztahu (15), kdy musí platit $\mathrm{Im}\,[c(\boldsymbol{r})c^*(\boldsymbol{r})] = 0\ \forall\ \boldsymbol{r}$.

Dalším efektem při klasických procedurách FTM je okrajový efekt, který vzniká v důsledku použití právě Fourierovy transformace, která je definována na neomezeném intervalu, kdežto interferogramy, zvláště s kruhovými nebo eliptickými pupilami, jsou oblasti omezené. V důsledku tzv. Gibbsova jevu v okrajových oblastech dochází k nekorektnímu vyhodnocení (překmitu fáze).

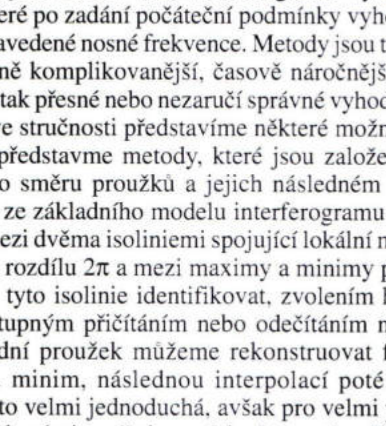
Možným řešením je extrapolace interferenčních proužků za oblast hranice pupily, a tedy odsunutí okrajového efektu do této části. Odfiltrováním poté dokážeme jev na skutečných okrajích námi vyhodnocovaného pole částečně potlačit. Známý a poměrně účinný algoritmus prezentoval např. Gerchberg [19].

Od prvního představení FTM docházelo a neustále dochází k modifikacím klasického přístupu. Velmi známé je například tzv. WFTM z angl. Windowed Fourier Transform Method, který prezentoval Kemao [20]. Jedná se o použití filtračních oken a několikanásobné aplikace Fourierovy transformace. Procedura je to časově několikanásobně náročnější, ale dokáže potlačit okrajový efekt a přináší další možnosti analýzy.

5. METODY BEZ ZAVÁDĚNÝCH NOSNÝCH FREKVENCÍ

Kromě postupů popsaných v předchozích dvou kapitolách je možné k vyhodnocení fáze interferogramu využít numerické algoritmy, které po zadání počáteční podmínky vyhodnotí interferogram bez zavedené nosné frekvence. Metody jsou to ale zpravidla mnohonásobně komplikovanější, časově náročnější, v některých případech ne tak přesné nebo nezaručí správné vyhodnocení vůbec. V této části ve stručnosti představíme některé možné přístupy.

Nejprve představme metody, které jsou založeny na detekci proužků nebo směru proužků a jejich následném vyhodnocení. Jak je patrné ze základního modelu interferogramu (1), odpovídá vzdálenost mezi dvěma isoliniemi spojující lokální maxima proužků fázovému rozdílu 2π a mezi maximy a minimy poté rozdílu π. Dokážeme-li tyto isolinie identifikovat, zvolením hodnoty jedné z nich a postupným přičítáním nebo odečítáním násobků π pro každý sousední proužek můžeme rekonstruovat fázi v bodech maxim resp. minim, následnou interpolací poté i mezi nimi. Myšlenka je to velmi jednoduchá, avšak pro velmi přesná měření deformací nedosahuje požadovaných přesností a přítomnost šumu nebo nerovnoměrného rozdělení intenzity pozadí nebo kontrastu interferogramu může výsledky velmi znehodnotit. Existuje mnoho metod detekce středu proužků využívajících např. hledání těžiště, korelační přístupy, aproximaci polohy proužku pomocí polynomů nebo Fourierovy transformace [2]. Na *obr. 3* je zobrazen interferogram z obr. 2 a) s vyhledanými isoliniemi pomocí prahování a morfologických operací v obraze.



Obr. 3 Interferogram s vyhledanými maximy a minimy interferenčních proužků

Jako další přístup vyhodnocení představme metody založené na regularizaci (optimalizaci). Předpokládejme funkce pozadí, kontrastu, hledané fáze i šumu jako funkce prozatím neznámých parametrů. Celou situaci můžeme modelovat například pomocí rozvojů v řady jednotlivých členů, modelem fáze jako roviny nebo kvadratické funkce na dostatečně malé podoblasti interferogramu a podobně. Následnou optimalizací, kdy budeme hledat minimum vhodně zvolené cílové (meritní) funkce, můžeme neznámé parametry určit, a tím numericky popsat hledané jevy v obraze, a tedy i vyhodnotit fázi interferogramu. Pro ilustrační případ uvažujme interferogram daný vztahem

$$I_n(\boldsymbol{r}) = \cos[\varphi(\boldsymbol{r})]\,, \tag{19}$$

kde je eliminován vliv rozložení intenzity pozadí a funkce kontrastu (proces eliminace těchto jevů nazýváme normalizace interferogramu [1–7]). Popišme nyní fázi na dostatečně malé oblasti jako rovinu vztahem

$$p(\boldsymbol{r},\alpha,\beta) = \varphi_0(\boldsymbol{r}) + \varphi_x(\boldsymbol{r})(x-\alpha) + \varphi_y(\boldsymbol{r})(y-\beta)\,, \tag{20}$$

kde $\boldsymbol{r} = [x, y] \in R^2$ je polohový vektor pixelu v interferogramu, $\alpha \in N$ a $\beta \in N$ jsou proměnné charakterizující okolí bodu $\boldsymbol{r}$, $\varphi_0(\boldsymbol{r})$, $\varphi_x(\boldsymbol{r})$, $\varphi_y(\boldsymbol{r})$ jsou parametry roviny počítané v každé pozici $\boldsymbol{r}$ pomocí minimalizace cílové funkce [21]

$$M = \sum_{\boldsymbol{r}} M_i(\varphi_0, \varphi_x, \varphi_y)\,, \tag{21}$$

kde sumace probíhá přes pixely interferogramu dané pozicemi $\boldsymbol{r}$ a

$$\begin{aligned} M_i(\varphi_0, \varphi_x, \varphi_y) &= \sum_{\alpha,\beta}\{I_n(\alpha,\beta) - \cos[p(\boldsymbol{r},\alpha,\beta)]\}^2 \\ &+ \lambda\sum_{\alpha,\beta}[\varphi_0(\alpha,\beta) - p(\boldsymbol{r},\alpha,\beta)]^2 m(\alpha,\beta)\,, \end{aligned} \tag{22}$$

kde sumace probíhá přes plochu podoblasti definované koeficienty α a β kolem pozice $\boldsymbol{r}$, $\lambda \in R$ je regularizační parametr a $m(\alpha, \beta)$ určuje pomocí hodnot 1 a 0, zda pixel už byl vyhodnocen nebo ne. První člen v sumaci vztahu (22) představuje blízkost řešení k původnímu normalizovanému interferogramu (19) a druhý člen charakterizuje hladkost řešení. Výše popsaný případ je základním k pochopení principu těchto metod. Složitější algoritmy uvažují i další jevy přítomné v interferogramu a popisují je vhodným matematickým modelem [4].

Další alternativou regulularizačního přístupu je využití korelace měřeného a modelovaného interferogramu. Uvažujme fázi interferogramu jako např. rozvoj Zernikeho polynomů [1–5] stupně N daný vztahem

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = \sum_{k=0}^{N} \gamma_k Z_k(\boldsymbol{r})\,. \tag{23}$$

Nalezneme-li koeficienty $\gamma_k \in R^k$ rozvoje (23) takovým způsobem, aby korelace mezi měřeným interferogramem a modelovaným na základě rozvoje byla maximální, rekonstruujeme tak hledanou fázi. Optimalizační algoritmy vyhodnocující daný problém jsou závislé na počátečních podmínkách. Jelikož v praxi ale zpravidla známe nominální tvar vyhodnocované plochy nebo můžeme provést odhad fáze méně přesnou metodou vyhodnocení, jsme schopni předat algoritmu takové hodnoty, aby rekonstrukce proběhla korektně. Cílovou (meritní) funkcí pro korelační přístup může být korelační koeficient [9] definovaný jako

$$R(\gamma_k) = \frac{\sum_{\boldsymbol{r}}[I(\boldsymbol{r}) - \overline{I}][I_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r}) - \overline{I}_{\mathrm{m}}]}{\left(\sum_{\boldsymbol{r}}[I(\boldsymbol{r}) - \overline{I}]^2\right)^{1/2}\left(\sum_{\boldsymbol{r}}[I_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r}) - \overline{I}_{\mathrm{m}}]^2\right)^{1/2}}\,, \tag{24}$$

kde sumace probíhají přes pixely interferogramu dané polohou $\boldsymbol{r} = [x, y] \in R^2$, $I(\boldsymbol{r})$ je měřený interferogram a $\overline{I}$ jeho střední hodnota, $I_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r})$ je modelovaný interferogram daný vztahem (1) se střední hodnotou $\overline{I}_{\mathrm{m}}$ a fází vyjádřenou rozvojem (23). Nalezneme-li takové koeficienty γ_k, pro které bude korelační koeficient (24) maximální, je tím problém řešen.

V posledních letech se rozvíjí i další postupy vyhodnocení interferogramu z jednoho snímku bez zaváděných nosných frekvencí, jako například využití tzv. vortex transformace, vlnkové transformace (angl. Wavelet Transform) a podobně [4].

6. SROVNÁNÍ ZÁKLADNÍCH METOD INTERFEROMETRICKÉHO VYHODNOCENÍ

Pro srovnání výše představených algoritmů uvažujme fázi jako $\varphi(\boldsymbol{r}) = kW(\boldsymbol{r})$, kde $k = 2\pi/\lambda$ je vlnové číslo, λ je vlnová délka použitého záření a $W(\boldsymbol{r}) = W(x, y)$ je optický dráhový rozdíl daný jako

$$W(x,y) = 5(x^2 + y^2) + (x + y)^3 \tag{25}$$

na intervalu $x \in [-1, 1]$, $y \in [-1, 1]$ s kruhovou pupilou o poloměru $r = 1$. Dále uvažujme simulovaný interferogram s 8bitovým kvantováním s šumem s normálním rozdělením o nulové střední hodnotě a směrodatné odchylce rovné 10. Pro metody FTM uvažujme prostorovou nosnou frekvenci $f_0 = [10, 0]$. Simulované interferogramy jsou zobrazeny na obr. 2. Pro zpracování metodami PSI byly dále do interferogramu dodány časové frekvence dle použitého algoritmu, viz třetí část práce. Tvar (25) optického dráhového rozdílu charakterizuje pro zadané parametry *PV* hodnota $PV = 7{,}8\ \lambda$. Jedná se o asymetrický asférický tvar, čili jako testovací funkce je vhodný.

Tabulka 1 ukazuje srovnání *RMS* a *PV* charakteristik odchylek vyhodnocených optických dráhových rozdílů *W* od simulovaných vztahem (25).

Tabulka 1 Srovnání RMS a PV charakteristik odchylek vyhodnocených a simulovaných optických dráhových rozdílů pro různé metody vyhodnocení

Algoritmus	RMS [λ]	PV [λ]
tříkrokový PSI (viz (10))	0,0113 (≈ λ/88)	0,0893 (≈ λ/11)
čtyřkrokový PSI (viz (11))	0,0197 (≈ λ/51)	0,0748 (≈ λ/13)
pětikrokový PSI (viz (12))	0,0184 (≈ λ/54)	0,0760 (≈ λ/13)
čtyřkrokový Carré (viz (13))	0,0100 (≈ λ/100)	0,0929 (≈ λ/11)
FTM	0,0447 (≈ λ/22)	1,7552 (≈ λ/0,6)
	0,0112 (≈ λ/89)	0,2056 (≈ λ/5)
Detekce proužků	0,0507 (≈ λ/20)	0,2651 (≈ λ/4)
	0,0485 (≈ λ/21)	0,0903 (≈ λ/11)

Pro metody FTM a detekci proužků jsou uvedeny dvoje charakteristiky. První hodnoty představují odchylku pro základní postupy řešení popsané v předchozích částech. Pro FTM je *PV* hodnota velká vzhledem k okrajovému efektu na hranici pupily. Ten lze potlačit například extrapolací proužků. Charakteristiky odchylek po extrapolaci představují druhé hodnoty. U detekce proužků druhé hodnoty charakterizují odchylky po odfiltrování 5 % okraje pupily, kde také vzhledem k povaze vyhodnocení dochází v daném případě k nežádoucím chybám.

ZÁVĚR

V technické praxi je vyhodnocení interferogramů jedním ze základních úkonů během měření a kontroly prostorové kvality a jakostních charakteristik produktů s vysokou přesností. Existuje celá řada metod a postupů rekonstrukce fáze interferujících polí, od kterých se odvíjí metodiky samotného měření.

Tato práce představila základní model interferometrie a jeho nejednoznačnosti a ukázala metody řešení problému rekonstrukce fáze. Popsány byly varianty řešení se zaváděnými nosnými frekvencemi v časové i prostorové oblasti, dále poté metody bez nosných frekvencí. Vybrané algoritmy byly v závěru testovány na simulovaných datech, která byla volena tak, aby adekvátně reprezentovala reálnou situaci.

Ze srovnání je patrné, že algoritmy PSI založené na vyhodnocení série interferogramů (se zaváděnou nosnou frekvencí v časové oblasti) dosahují nejpřesnějších výsledků vyhodnocení. Proto jsou v praxi velmi často využívány právě pro svou velkou přesnost. Nevýhoda těchto metod je, že algoritmy mohou být velmi citlivé na nepřesnosti v zaváděných fázových posuvech, fluktuace okolního prostředí apod. To zabraňuje jejich nasazení např. ve výrobních halách, kde vibrace znemožňují dostatečně kvalitní záznam. Metody založené na zaváděné prostorové nosné frekvenci vystačí pouze s jedním interferogramem, ale už z povahy použitého matematického aparátu (zpravidla Fourierovy transformace) nemohou dosáhnout takových přesností jako algoritmy PSI. Alternativou mohou poté být speciální numerické přístupy, které nevyžadují žádnou zaváděnou nosnou frekvenci. Algoritmizace ale bývá dosti komplikovaná a zajistit robustní řešení není možné ve všech případech.

Jak je patrné, neexistuje zcela univerzální metoda vyhodnocení interferogramů. Uživatel musí volit takový postup, který bude nejvíce vyhovovat kladeným podmínkám na výsledky měření. V neposlední řadě je také nutné přihlížet k ekonomickým aspektům, které vznikají z náročnosti použitých postupů.

Práce byla vypracována v rámci grantu SGS14/110/OHK1/2T/11 Studentské grantové soutěže ČVUT.

Literatura

[1] HARIHARAN, P. *Optical interferometry*. 2nd ed. San Diego: Academic Press, 2003, 351 s. ISBN 978-0-12-311630-7.

[2] MALACARA, D., SERVIN, M. a Z. MALACARA. *Interferogram analysis for optical testing*. 2nd ed. Boca Raton, FL: Taylor, 2005, 550 s. ISBN 15-744-4682-7.

[3] MALACARA, D. *Optical shop testing*. 3rd ed. New Jersey: Wiley, 2007, 862 s. ISBN 978-0-471-48404-2.

[4] SERVIN, M., QUIROGA, J. A. a J. M. PADILA. *Fringe pattern analysis for optical metrology: theory, algorithms, and applications*. Weinhem: Wiley-VCH, 2014, 327 s. ISBN 978-3-527-41152-8.

[5] MIKŠ, A., „Interferometrické metody vyhodnocování sférických ploch v optice," *Jemná mechanika a optika*, 1, 2001, ISSN 0447-6441.

[6] NOVÁK, J., NOVÁK, P. a A. MIKŠ, „Vybrané trendy v oblasti interferometrických metod pro kontrolu optiky," *Jemná mechanika a optika*, 11-12, 2008, ISSN 0447-6441.

[7] NOVÁK, J. a P. NOVÁK, „Interferometrické metody vyhodnocování fáze vlnového pole v optice," *Jemná mechanika a optika*, 11-12, 2008, ISSN 0447-6441.

[8] BORN, M. a E. WOLF. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 7th exp. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, 952 s. ISBN 05-216-4222-1.

[9] REKTORYS, Karel. *Přehled užité matematiky*. 3. nezm. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1973, 1136 s.

[10] GHIGLIA, D. C. *Two-dimensional phase unwrapping: theory, algorithms, and software*. New York: Wiley, 1998, 493 s. ISBN 978-0-471-24935-1.

[11] BRUNING, J. H., HERRIOT, D. R., GALLAGHER, J. E., ROSNFELD, D. P., WHITE, A. D., a D. J. BRANGACCIO, „Digital wavefront measuring interferometer for testing surfaces and lenses," *Appl. Opt.*, **13**, 2693–2703, 1974.

[12] WYANT, J. C., „Use of an ac heterodyne lateral shear interferometer with real-time wavefront correction systems," *Appl. Opt.*, **14**, 2622–2628, 1975.

[13] SCHWIDER, J., BUROW, R., ELSSNER, K. E., GRZANNA, J., SPOLACZYK, R. a K. MERKEL, „Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources," *Appl. Opt.*, **22**, 1983.

[14] HARIHARAN, P., OREB, B. F. a T. EIJU, „Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm," *Appl. Opt.*, **26**, 2504-2506, 1987.
[15] CARRÉ, P., „Installation et utilisation du comparateru photoelectrique es interferetiel du bureau international des poids et measures," *Bur. Int. Poids Measures*, **2**, 13-23, 1966.
[16] WANG, Z. a B. HAN, „Advanced iterative alorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms," *Opt. Lett.*, **29**, 1671-1673, 2004.
[17] VARGAS, J., QUIROGA, J. A. a T. BELENGUER, „Phase-shifting interferometry based on principal component analysis," *Opt. Lett.*, **36**, 1326-1328, 2011.
[18] TAKEDA, M., INA, H. a S. KOBAYASHI, „Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry, " *Journal of the Optical Society of America.*, **72**, DOI: 10.1364/JOSA.72.000156, 1982.
[19] GERCHBERG, R. W., „Super-resolution through Error Energy Reduction," *Optica Acta: International Journal of Optics*, **21**, DOI: 10.1080/713818946, 1974.
[20] KEMAO, Q., „Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis," *Applied Optics*, **13**, 2004.
[21] SERVIN, M., MARROQUIN, J. N. a F. J. CUEVAS, „Demodulation of a single interferogram by use of a two-dimensional regularized phase-tracking technique," *Applied Optics*, **36**, 1997.

Ing. Petr Pokorný, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, tel.: +420 224 357 913, e-mail: petr.pokorny@fsv.cvut.cz

Jedná se o vědecký článek

Proběhl 19. ročník tradiční konference českých, slovenských a polských optiků

Rok 1667 byl svědkem na první pohled dvou zcela nesouvisejících událostí: Christopher von Zedlitz zahajuje rekonstrukci Vojanowského zámku a Isaac Newton začíná vyučovat optiku v Cambridge. Ani jeden z nich v tu chvíli zřejmě netušil, že se po více než čtyřech stoletích plody jejich práce protnou. V září letošního roku se totiž na Vojanowském zámku konal již 19. ročník tradiční konference českých, slovenských a polských optiků [1]. Úloha uspořádat konferenci letos připadla na naše polské kolegy z Technické univerzity ve Vratislavi. Ti se své role zhostili bez výhrad na výbornou.

Bývá již zvykem, a ani letošní ročník nebyl výjimkou, že Česko-slovensko-polská konference přiláká vědce pracující v nejrůznějších oblastech moderní optiky. Účastníci tak vyslechli přednášky pokrývající pestrou paletu témat – od klasické po kvantovou optiku, od základního výzkumu po aplikované optické technologie.


Vojanowský zámek (foto Antonín Černoch)

Kromě přednášek mohli účastníci představit svůj výzkum i formou vývěsek neboli posterů. A právě toho velmi důvtipně využila skupina aplikovaných optiků z Vratislavi a Varšavy. Ti vývěsku rovnou doplnili funkčním prototypem svého nového vláknového laseru s femtosekundovými impulsy [2]. Procesu módové synchronizace dosahují nanesením vrstvičky grafenu na koncovku vlákna, která pak slouží jako saturabilní absorbér. Zájemcům rovnou na místě pomocí osciloskopu předvedli, jakých parametrů jejich laser dosahuje.

Za zmínku stojí také zajímavý doprovodný program, který organizátoři konference zajistili. Mimo jiné nabídli účastníkům prohlídku vysloužilého uranového dolu, kde jsou ještě dodnes dobře patrné žíly radioaktivní rudy.

Příští, jubilejní dvacátý, ročník této optické konference se uskuteční za dva roky na Slovensku. Popřejme tedy našim slovenských kolegům, aby se role hostitelů ujali se stejným úspěchem jako letošní pořadatelé.

Literatura

[1] http://www.psc2014.pwr.wroc.pl
[2] Jan Tarka, Jakub Bogusławski, Jarosław Sotor, Grzegorz Soboń, Joanna Jagiełło, Ludwika Lipińska, Krzysztof M. Abramski, „*Graphene/Chitosan self-start ultrafast laser setup,*" 19. polsko-slovensko-česká konference optiků, Vojanow (Polsko).

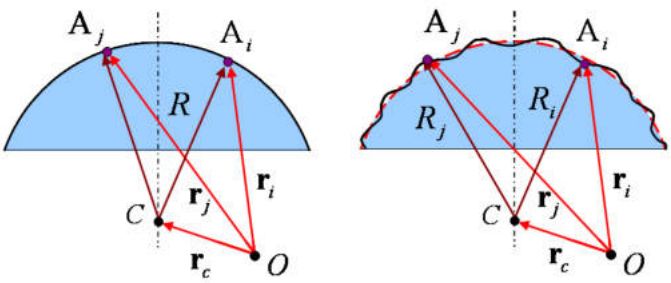
Mgr. Karel Lemr, SLO UP a FZÚ AV ČR, 17. listopadu 50, 772 07 Olomouc, tel.: 585 631 547, e-mail: karel.lemr@upol.cz

PŘÍLOHA 2 – APROXIMACE SFÉRICKOU PLOCHOU

Uvažujme situaci znázorněnou na následujícím obrázku. Nechť O je počátek souřadné soustavy, C střed koule, R poloměr koule a A_i libovolný bod na povrchu koule. Rovnici koule můžeme psát ve vektorovém tvaru jako

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c)^T = R^2, \qquad \text{(P2.1)}$$

kde $\mathbf{r}_i$ je polohový vektor bodu $A_i = [x_i, y_i, z_i]$ ležícího na povrchu koule a $\mathbf{r}_c$ je polohový vektor středu koule $C = [x_c, y_c, z_c]$.



Obr. P2.1 – Aproximace dat sférickou plochou

Měřením například s pomocí souřadnicového měřícího zařízení získáme souřadnice M bodů $[x_i, y_i, z_i]$ na povrchu koule. Napíšeme-li si předcházející rovnici koule pro dva různé body A_i a A_j na povrchu, tj.

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c)^T = R^2, \quad (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_c)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_c)^T = R^2, \qquad \text{(P2.2)}$$

potom jejich vzájemným odečtením dostaneme a po úpravě dostaneme

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\mathbf{r}_c^T = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i\mathbf{r}_i^T - \mathbf{r}_j\mathbf{r}_j^T), \quad i \neq j. \qquad \text{(P2.3)}$$

Napíšeme-li si nyní předchozí rovnici pro všechny kombinace bodů i a j, potom získáme soustavu lineárních rovnic

$$\mathbf{A}\mathbf{r}_c^T = \mathbf{b}^T, \qquad \text{(P2.4)}$$

kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 & z_1 - z_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1 - x_M & y_1 - y_M & z_1 - z_M \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 & z_2 - z_3 \\ x_2 - x_4 & y_2 - y_4 & z_2 - z_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{M-1} - x_M & y_{M-1} - y_M & z_{M-1} - z_M \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}^T = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} r_1^2 - r_2^2 \\ r_1^2 - r_3^2 \\ \vdots \\ r_1^2 - r_M^2 \\ r_2^2 - r_3^2 \\ r_2^2 - r_4^2 \\ \vdots \\ r_{M-1}^2 - r_M^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_c^T = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}, \qquad \text{(P2.5)}$$

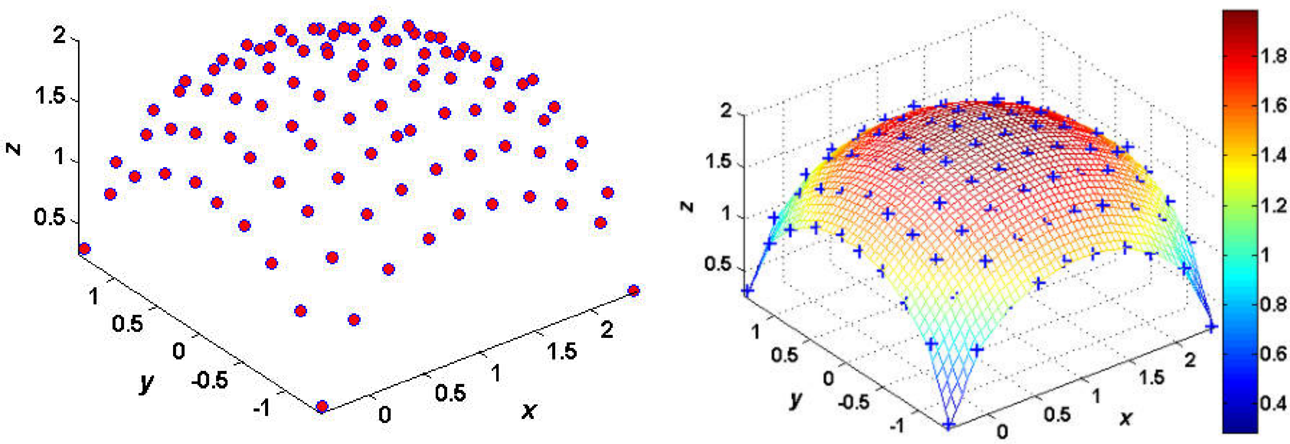
$$r_k^2 = x_k^2 + y_k^2 + z_k^2 \ , \quad k = 1, 2, \ldots M \ .$$

Řešením této soustavy rovnic metodou nejmenších čtverců vypočteme polohový vektor $\overline{\mathbf{r}}_c^T$ středu koule C, platí

$$\overline{\mathbf{r}}_c^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}^T \ . \tag{P2.6}$$

Poloměr R koule poté určíme jako průměrnou hodnotu vzdáleností jednotlivých měřených bodů na povrchu koule od jejího středu, tj.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{M} R_i}{M} \ , \quad R_i = \sqrt{(x_i - \overline{x}_c)^2 + (y_i - \overline{y}_c)^2 + (z_i - \overline{z}_c)^2} \ . \tag{P2.7}$$



Obr. P2.2 – Měřené body a jejich aproximace sférickou plochou